

Б.Б. Серапинас

ГЛОБАЛЬНЫЕ

СИСТЕМЫ

ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Издание 3-е, исправленное и дополненное

Москва, 2002

УДК 528.7
ББК 26.1
С 28

Серапинас Б.Б.

Глобальные системы позиционирования: Учеб. изд. – М.: ИКФ «Каталог», 2002. – 106 с.

Учебное издание содержит основные сведения по устройству и применению спутниковых систем позиционирования ГЛОНАСС (Россия) и GPS (США), теоретические основы измерений и обработки результатов. К работе приложены используемые сокращения, список терминов наиболее важных понятий и латинизированные англоязычные сокращения. Данное пособие является третьим изданием, дополняющим два предыдущих. Первое учебное пособие «Основы спутникового позиционирования» было составлено по лекциям, которые читались студентам-картографам Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. Вторая книга «Введение в ГЛОНАСС и GPS измерения» была издана в Ижевске Удмуртским государственным университетом.

Пособие может использоваться всеми интересующимися в качестве введения в рассматриваемую тему.

Лиц. ЛР № 071034 от 18 мая 1999 г.
ISBN 5-94349-032-9

© Серапинас Б.Б., 2002
© ГИС-Ассоциация, 2002

Работа выполнена при поддержке Межвузовской научной программы «Университеты России – Фундаментальные исследования» и Программы поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (грант 00-15-98510).

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
1. Вводные сведения	7
2. Системы координат	13
3. Созвездия спутников	19
4. Счет времени. Радиосигналы для измерений и передачи информации	22
5. Дальномерные коды	30
6. Фазовые измерения	35
7. Определение вектора скорости	39
8. Влияния внешней среды на результаты измерений	41
9. Аппаратура пользователей	50
10. Способы позиционирования	54
11. Аналитические решения при абсолютных определениях	63
12. Аналитические решения при относительных определениях	70
13. Уравнивание геодезических сетей	78
14. Пересчет координат	82
15. Проведение работ	89
16. Совместное использование ГЛОНАСС и GPS. Их комплексирование с ИНС и электронными тахеометрами	93
Сокращения	95
Терминология	96
Латинские сокращения	99
Список литературы	102

ПРЕДИСЛОВИЕ

Спутниковые системы используются для радиосвязи, метеорологического прогнозирования, дистанционного зондирования, в военном деле и в других целях. Данное пособие знакомит читателя с устройством и применением спутниковых систем, предназначенных для определения параметров пространственного состояния объектов. Эти системы существуют более трети века, однако именно в настоящее время во всем мире происходит интенсивное их внедрение в разнообразные области человеческой деятельности. На данном этапе применяются две системы второго поколения – американская и российская. О их значении можно судить по объему продаж приемных устройств систем, который удваивается через каждые 2–3 года и, как ожидается, в ближайшие годы возрастет с 8 до 16 и более млрд. дол.

Рассмотрим некоторые весьма важные для дальнейшего изложения аспекты.

В любом новом деле используются новые понятия и их обозначающие термины. В рассматриваемой области пока еще не все термины устоялись и общеприняты.

В свое время в США уделили много внимания названию системы. Оно должно было быть привлекательным, понятным широкому кругу потенциальных пользователей и не ориентироваться на какую-то одну конкретную сферу деятельности. Адекватный термин, отражающий универсальное назначение системы, был найден – *позиционирование (positioning)*. Его предложил генерал Hank Stehling. В результате появилось название американской спутниковой системы: Global Positioning System – GPS.

В соответствии с российским стандартом ГОСТ Р 51794–2001 эта система у нас именуется ГСП – глобальная система позиционирования.

Российская же система получила название ГЛОНАСС – глобальная навигационная спутниковая система.

В скором времени войдет в строй и европейская система под названием Galileo.

Итак, работают две системы, а скоро будет и третья. Тем не менее в российском варианте произношения нет общепринятого обобщающего названия систем. Находящиеся в ходу термины и соответствующие им аббревиатуры ориентируют пользователя на частную сферу применения: навигацию (КНС, СНС, СРНС – космические, спутниковые навигационные или радионавигационные системы), геодезию (СГС – спутниковые геодезические системы), их комбинацию (КСНГН, СНГС – космические системы навигационно-геодезического назначения, или спутниковые навигационно-геодезические системы).

Следует заметить, что глобальные системы позиционирования занимают самостоятельное место среди космических средств определения координат. Причисление их к так называемым «автономным средствам определения координат» неправомерно, ибо их автономность исчезает, например, с выходом из строя спутников или наземных станций слежения.

Что следует понимать под позиционированием как понятием обобщающим? *Позиционирование* – реализация возможных способов использования данной системы для определения параметров пространственного состояния объектов наблюдения. Такими параметрами могут быть координаты приемника, вектор скорости его перемещения, пространственный вектор между двумя приемниками, точное время позиционирования. Следовательно, определение местоположения объекта, скорости его перемещения, пространственного вектора между пунктами наблюдения, фиксация точного времени представляют собой частные случаи позиционирования.

На пунктах наблюдения позиционирование выполняется при помощи *приемников*. Если из контекста неясно, о каких приемниках идет речь, то, чтобы не спутать с бытовой аудио- и видеотехникой, добавляется аббревиатура системы: GPS-приемник, ГЛОНАСС/GPS-приемник. В обобщающем случае – ГСП-приемник или просто спутниковый приемник.

Обе системы, ГЛОНАСС и GPS, двойного назначения, применяемые как в интересах безопасности собственных стран, так и в гражданских целях. Они совершенствуются, и повышается их точность позиционирования не в ущерб государственным интересам. Президент США, основываясь на рекомендациях министра обороны, директора ЦРУ и других заинтересованных департаментов, с целью расширения гражданского и коммерческого использования GPS, 1 мая 2000 г. отменил действовавший до этого режим искусственного снижения точности позиционирования. Гражданские пользователи GPS получили возможность определять координаты на порядок точнее, чем это было до этого.

В Российской Федерации использование спутниковых приемников глобальных систем позиционирования сопряжено с определенными ограничениями. Поэтому необходимо быть знакомыми с соответствующими нормативно-правовыми актами. Для их изучения могут быть использованы ниже перечисленные сборники:

Программно-аппаратное обеспечение, фонд цифрового материала, услуги и нормативно-правовая база геоинформатики: Ежегодный обзор. – Т. 1 – Вып. 3 (1996–1997) (приложение к Информационному бюллетеню ГИС-Ассоциации). – М.: ГИС-Ассоциация, 1998. – 206 с.

Нормативно-правовая база, программно-аппаратное обеспечение, пространственные данные и услуги на рынке геоинформатики России: Ежегодный обзор. – Вып. 4 (1998) (приложение к Информационному бюллетеню ГИС-Ассоциации). – М.: ГИС-Ассоциация, 1998. – 312 с.

В частности, в первом из этих сборников имеются «Положение о лицензировании топографо-геодезической и картографической деятельности в Российской Федерации» и «Перечень видов топографо-геодезических и картографических работ, подлежащих лицензированию», а во втором сборнике – «Обзор нормативно-правовых актов, вышедших в 1997–1998 г.», связанных с правилами обращения с соответствующей информацией.

Данное же учебное пособие знакомит читателей с теоретическими и физико-техническими основами спутникового позиционирования и основами обработки результатов измерений. Целесообразно, чтобы изучение этих тем предшествовало знакомству с конкретными спутниковыми приемниками и соответствующим им программным обеспечением.

Работа выполнена на кафедре картографии и геоинформатики географического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Автор благодарит заведующего кафедрой проф. А.М. Берлянта за оказанное содействие.

1. ВВОДНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Значение и области применения. Системы спутникового позиционирования – современные средства координатно-временного обеспечения разнообразных работ. Основным их достоинством является глобальность, оперативность, всепогодность, оптимальная точность и эффективность. Для измерений, в отличие от традиционных геодезических методов, не нужна видимость между определяемыми пунктами.

Вот некоторые области, где спутниковые системы позиционирования уже нашли применение:

- развитие опорных геодезических сетей всех уровней: от глобальных до съемочных. Они существенно потеснили, а точнее, вытеснили, такие традиционные технологии геодезических работ, как полигонометрия, триангуляция, трилатерация;
- проведение нивелирных работ, начиная от технического нивелирования – до нивелирования III класса точности. Уже имеются публикации, где сообщается об определениях разностей высот с точностью II класса – ± 2 мм/км (Cacon, Bosy, Kontny, 1999);
- распространение единой высокоточной шкалы времени;
- исследования сейсмической активности и вулканизма, движений полюсов, земной поверхности, горных пород и ледников, геоморфологические, биогеографические, океанологические и метеорологические исследования, мониторинг ионосферы и др. Обеспечение добычи полезных ископаемых, например, при открытой разработке угля, бурильных работ, геофизического профилирования;
- геодезическое обеспечение строительства, прокладки кабелей, путепроводов, ЛЭП и других инженерно-прикладных работ;
- использование сигналов точного времени и частоты для синхронизации телекоммуникационных и энергетических систем;
- кадастровые работы;
- землеустроительные работы;
- сельскохозяйственное применение – определение координат сельхозтехники с целью внесения удобрений по заранее заготовленным картам, привязка в ходе уборки объемов урожая к конкретным местам поля, выявление, местоопределение и картографирование скоплений сорняков, ядохимикатов и др.;
- спасательно-предупредительные работы – геодезическое обеспечение при бедствиях и катастрофах;
- экологические исследования: координатная привязка разливов нефти вследствие аварий, оценка площадей нефтяных пятен и определение направлений их движений;
- съемка и картографирование всех видов – топографическая, специальная, тематическая. Современные приемники позволяют производить съемку даже в залесенной местности;
- для картографии и геоинформатики особенно важной является интеграция ГСП с геоинформационными системами (ГИС). Сбор материала для ГИС – перспективное самостоятельное направление. Рядом фирм выпускаются приемники и программные

обеспечения (ПО), специально ориентированные на сбор данных для ГИС. Наблюдатель, перемещаясь по местности с таким приемником, вводит в накопитель координатную и атрибутивную информацию. Информация сохраняется в соответствующих форматах и может быть выведена на экран в целях визуализации и контроля. Появились системы, позволяющие вводить информацию непосредственно в ГИС, исключая процесс конвертации и переноса данных. Большинство GPS-приемников, предназначенных для ГИС, позволяют использовать цифровые данные, отображаемые на дисплее, из сети Интернет. Опубликованы сведения о комплексированных системах. На подвижных платформах кроме ГСП-приемников устанавливаются инерциальные системы и цифровые видеокамеры (Саппол, 1994). Инерциальные системы сохраняют привязку непрерывной даже в случаях, когда приемники теряют сигналы спутников. Видеокамеры позволяют получать стереоизображения, которые в последствии обрабатывают стереофотограмметрическими способами. Для тех же целей используют GPS-приемники в комплексе с датчиками местоположения, установленными на автомобилях;

- создание, пока экспериментальных, устройств используемых в качестве поводырей слепых;
- диспетчерские службы – обеспечение работы пожарных, милиции, скорой помощи, автомобильного и железнодорожного транспорта, где благодаря оптимальному выбору маршрутов и постоянному контролю за движением предвидится значительная экономия денежных средств и времени. Доля рынка на один дорожный транспорт, как ожидается, составит около 77%! В ближайшем будущем большинство автомобилей будет оснащено бортовой системой управления, с помощью которой водитель в реальном времени будет получать сведения об оптимальном маршруте, пробках и авариях на дороге, о дорожных работах, демонстрациях и т. д. Благодаря этому движение на дорогах станет более регулярным. Отсутствие заторов сократит расход бензина. Меньше станет выхлопных газов в атмосфере;
- индивидуальное применение в быту, использование рыбаками, охотниками, лесниками, туристами, альпинистами, автомобилистами, яхтсменами и др. для определения местоположения и ориентирования в маршрутах;
- навигация всех видов – воздушная, морская, сухопутная;
- военные и разведывательные сферы. NASA планирует в 2003 г. развернуть сеть из 6 спутников GPS вокруг Марса (Сакун, 1999).

Историческая справка. Уже существует второе поколение спутниковых систем позиционирования. К первому поколению можно отнести системы, разработавшиеся до 70-х годов и использовавшиеся более двух десятилетий. Это системы NNSS – США, ЦИКАДА – СССР и др.

NNSS (Navy Navigation Satellite System) – первоначально предназначалась для ВМФ США. Позже система получила название TRANSIT. В эксплуатации с 1964 г., в 1967 г. открыта для гражданского коммерческого использования. В 70-х годах появились сравнительно малогабаритные приемники GEOCEIVER, позволившие определять координа-

ты с дециметровой точностью. К 1980 г. многие тысячи потребителей разных государств мира пользовались услугами этой системы. С ее помощью в 1984–1993 гг. в России создана доплеровская геодезическая сеть – ДГС.

ЦИКАДА – разработки начаты в 1967 г., введена в эксплуатацию в 1979 г.

К первому поколению принадлежит также международная система обнаружения терпящих бедствие COSPAS-SARSAT.

Ко второму поколению относятся две системы GPS – США и ГЛОНАСС – РФ.

GPS – Global Positioning System. Параллельное название NAVSTAR – Navigation Satellite Timing and Ranging. Разработки концепции начаты в 1973 г. Запуск спутников первого блока начат в 1978 г. В 1983 г. заговорили о гражданском применении. Эксплуатационная готовность объявлена в начале 1995 г.

ГЛОНАСС – Глобальная Навигационная Спутниковая Система. Разработки начаты в середине 70-х годов. В 1982 г. выведены первые ее спутники серии КОСМОС. В сентябре 1993 г. официально принята в эксплуатацию МО РФ. В марте 1995 г. Правительство РФ специальным постановлением за № 237 открыла систему для гражданского применения и международного сотрудничества. В январе 1996 г. ГЛОНАСС развернута полностью. В 1999 г. распоряжением Президента РФ отнесена к космической технике двойного назначения, применяемой в интересах безопасности РФ и в гражданских целях. Уже работают приемные устройства, одновременно использующие и GPS и ГЛОНАСС.

В 1999 г. Европейский парламент поддержал решение Европейского космического агентства ESA о создании нового поколения спутниковой системы – Galileo. Будет 30 спутников (из них 3 в резерве), расположенных на высоте 23 200 км в трех орбитальных плоскостях, наклоненных на 56° к плоскости экватора. С учетом спутников GPS и ГЛОНАСС в распоряжении пользователей будет 80 КА, покрывающих весь земной шар. Galileo начнет передавать первые сигналы в 2005 г., а через три года вся система будет готова к работе. В 2010 г. годовой мировой рынок для Galileo достигнет 40 млрд дол.

Подсистемы спутниковых систем. Выделяют три главные подсистемы (сегменты, секторы): наземного контроля и управления (НКУ), созвездия спутников (космических аппаратов – КА), аппаратуры пользователей (АП).

Подсистема НКУ состоит из станций слежения за КА, службы точного времени, главной станции с вычислительным центром и станций загрузки данных на борт КА. Спутники GPS проходят над контрольными пунктами дважды в сутки. Собранная информация об орбитах обрабатывается и прогнозируются координаты спутников (эфемериды). Эти и другие данные с наземных станций загружаются на борт каждого КА. GPS управляют главная станция на базе ВВС Колорадо-Спрингс и наземные станции в Колорадо-Спрингс, на острове Вознесения, острове Диего-Гарсия, атолле Кваджалейн, Гавайских островах и др. (Shank, Lavrakas, 1994). Для уточнения эфемерид используются результаты измерений на пунктах международных глобальных сетей, например, таких, как CIGNET и IGS.

Подсистема КА состоит из 24 основных и 3 резервных спутников (планируется эту

группировку увеличить еще на 18 спутников). Каждый спутник имеет по несколько атомных эталонов частоты и времени, аппаратуру для приема и передачи радиосигналов, бортовую компьютерную аппаратуру. Размеры спутников с учетом панелей солнечных батарей более 5 м. Вес спутника ~1 т. Расчетное время существования на орбите 7–8 лет. КА сохраняет стабильным заданное положение на орбите, принимает и хранит информацию с наземных станций, а также непрерывно передает в аппаратуру пользователей измерительные радиосигналы, данные о точном времени, свои координаты и другие сведения.

В ГЛОНАСС также 24 основных и 3 резервных спутника. Масса аппарата ~1,5 т, его длина около 8 м, срок активного существования КА 3–5 лет. Запуск спутников идет с космодрома Байконур. НКУ включает Центр управления системой под Москвой (ЦУС), центральный синхронизатор (ЦС) с высокоточным водородным стандартом частоты и времени для синхронизации системы, сеть на территории РФ контрольных станций (КС) – осуществляют сеансы траекторных и временных измерений, собирают телеметрическую информацию о состоянии бортовых систем, обеспечивают закладку на спутники 1 или 2 раза в сутки высокоточных эфемерид и временных поправок; система контроля фаз (СКФ) для синхронизации фаз сигналов, излучаемых всеми спутниками, и определения сдвигов бортовых шкал времени; кванто-оптические станции (КОС) для периодической юстировки радиотехнических каналов измерения дальностей; аппаратура контроля поля (АКП) – представляет собой аппаратуру пользователей, установленную на контрольных станциях, обеспечивает контроль точности измерений. НКУ осуществляет сбор, накопление и обработку траекторной и телеметрической информации обо всех спутниках системы, формирование и выдачу на каждый спутник команд управления и навигационной информации, а также контроль за функционированием системы в целом.

Сущность местоопределения. В системах спутникового позиционирования КА выполняют роль геодезических опорных пунктов. На каждый момент измерений их координаты должны быть известны. Координаты объекта находят способом засечек по измерениям при помощи аппаратуры на спутниках и на земле. Измеренные параметры определяют поверхности положения, в точке пересечения которых лежит искомый объект. В системе первого поколения TRANSIT на основе эффекта Доплера измеряли разности расстояний от приемника до двух положений спутника на орбите. Поверхностями положений являлись гиперболоиды вращения. В современных системах измеряют дальности до КА и скорости изменений дальностей вследствие перемещений ИСЗ относительно пользователя. Измеренным скоростям соответствуют конические поверхности положения (конусы), а измеренным дальностям – сферические (сферы). В геодезических целях преимущественно пользуются дальностями, по которым реализуют пространные *линейные засечки* (рис. 1). Если с определяемого пункта М измерить расстояния R_1, R_2, R_3 до трех пунктов 1, 2, 3, провести из них как из центров радиусами R_1, R_2, R_3 сферы, то эти сферы пересекутся в точке М и определяют ее положение. Сферы пересекутся еще в одной точке – М' (на рис. 1 не показана), однако точки М и М' ле-

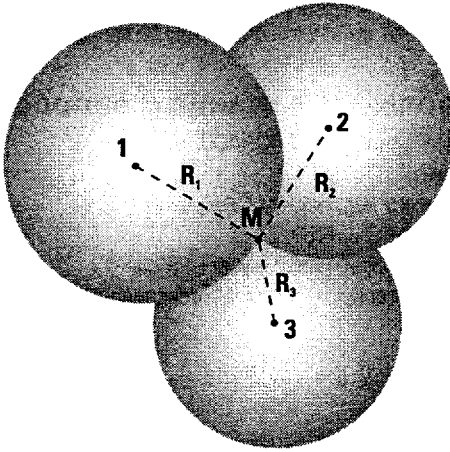


Рис. 1. Линейная пространственная засечка:

M – точка пересечения сфер с центрами 1, 2, 3 и радиусами R_1 , R_2 , R_3

жат по разные стороны плоскости «123» и сделать правильный выбор нетрудно. В этом заключается геометрическая сущность задачи. Когда известны координаты спутников, задачу легко решить аналитически и вычислить координаты пункта M .

Дальности определяют по времени распространения радиоволны от передатчика на спутнике до приемника на Земле. Используются два метода: кодовый и фазовый. Их сущность будет рассмотрена ниже. Измерения выполняются в так называемом беззапросном режиме, когда передатчик на спутнике работает непрерывно, а спутниковый приемник включается только по мере надобности. В беззапросном режиме, чтобы правильно определить время распространения радиоволны, шкалы времени на спутнике и в приемнике должны быть строго согласованы. На деле такого согласования шкал времени нет. Образно говоря, часы приемника не выверены по часам спутников. Поэтому измеряются искаженные расстояния. Их называют *псевдодальностями*. Псевдодальность отличается от истинной дальности на величину, пропорциональную расхождению шкал времени на спутнике и в приемнике пользователя. Если отсчеты по всем каналам данного приемника, принимающим сигналы от разных спутников, производятся одновременно, то отличие псевдодальности от дальности до любого спутника, сигналы которого принимает приемник, будет одинаковым. Это отличие может быть исключено после введения его в качестве дополнительного неизвестного в уравнения местоопределения.

Поэтому, чтобы правильно вычислить координаты пункта по псевдодальностям, надо их измерять не до двух или трех, а до большего числа спутников с известными координатами. Кроме того, как это принято в геодезии, всегда должны быть избыточно изме-

ренные величины. Избыточные результаты повышают качество определений, ибо обеспечивают контроль и позволяют выполнять обработку по методу наименьших квадратов (МНК).

Контрольные задания и вопросы

1. Укажите сферы применения GPS и ГЛОНАСС.
2. Что знаете о ГСП Galileo?
3. Какие функции выполняют подсистемы (сегменты)?
4. Почему комплексируют GPS и ГИС?
5. Какие прогнозы развития сфер применения GPS?
6. Поясните сущность местоопределения по псевдодальностям. Какова при этом роль КА?

2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Геодезические системы отсчета. Существуют общеземные и референсные геодезические системы отсчета. Общеземные Геодезические системы отсчета (Geodetic Reference Systems) включают в себя параметры земного эллипсоида, гравитационного поля Земли и гринвичскую геоцентрическую прямоугольную систему координат, закрепляемую координатами пунктов космической геодезической сети.

Важнейшими параметрами Земли являются: fM_e – произведение гравитационной постоянной на массу; ω_e – угловая скорость вращения; a – экваториальный радиус; и α – сжатие, которым соответствуют большая полуось и сжатие земного эллипсоида, c – скорость света в вакууме. Включение скорости света в число параметров обусловлено тем, что современные линейные измерения основаны на определении времени распространения электромагнитных волн; скорость света устанавливает линейный масштаб геодезических построений. В табл. 1 и 2 указаны значения некоторых физических и геометрических параметров.

Таблица 1. Физические параметры Земли ПЗ–90

Параметр	Значение
fM_e	$398\,600,44\,10^9\text{ м}^3/\text{с}^2$
ω_e	$7\,292\,115\cdot 10^{-11}\text{ рад/с}$
c	$299\,792\,458\text{ м/с}$

Таблица 2. Геометрические параметры эллипсоидов

Система координат	Полуось a , м	Сжатие α
СК–42, СК–95	6 378 245	1/298,3
ПЗ–90	6 378 136	1/298,257 839 303
WGS–84	6 378 137	1/298,257 223 563
GRS–80	6 378 137	1/298,257 222 101

Поверхность и полюса Земли подвержены геодинамическим процессам: ось суточного вращения движется в теле Земли и перемещается относительно небесных тел. Поэтому координатная ось Z , как определено рекомендациями Международной службы вращения Земли IERS (International Earth Rotation Service), направлена на точку *Условного земного полюса* (СТР – Conventional Terrestrial Pole), соответствующему среднему полюсу за 1900–1905 гг., исправленному на нутацию; ось X находится в плоскости меридиана Гринвича, при этом оси X и Y лежат в плоскости экватора и образуют правую систему координат. Начало координатной системы расположено в центре масс Земли.

Составной частью координатных систем являются опорные геодезические сети (Geodetic Reference Frame). Они фиксируют положение координатной системы в теле

Земли. Различия разных общеземных координатных систем обусловлены именно особенностями построения и обработки геодезических сетей.

Основной является геоцентрическая координатная система ITRS (Terrestrial Reference System). Она поддерживается Международной службой вращения Земли IERS. Ежегодно, начиная с 1989 г., новейшими методами космической геодезии и позиционированием GPS-приемниками формируется сеть пунктов ITRF (IERS Terrestrial Reference Frame). Сеть с высокой точностью закрепляет начало координат в центре масс Земли и ориентирует координатные оси относительно экватора и плоскости меридиана Гринвича. Точность положения пунктов оценивается погрешностью до 10 см. Со временем геоцентрические координаты пунктов вследствие непрерывного совершенствования сети и геодинамических процессов изменяются. Поэтому каталоги координат обновляют и указывают их эпоху, например, ITRF-89, ITRF-94. Сеть 1994 г. содержала около ста пятидесяти пунктов, расположенных на всех материках и на островах во всех океанах.

К общеземным относится установленная ранее система GRS-80 (Geodetic Reference System, 1980), параметры которой послужили основой для ряда других координатных систем Европы, Австралии и Америки.

GPS работает в координатной системе WGS-84 (World Geodetic System, 1984). Начало координат этой системы зафиксировано в центре масс Земли с точностью около 1 м. Ее физические параметры практически соответствуют параметрам системы GRS-80. Координаты ее пунктов с точностью до нескольких дециметров тождественны координатам ITRF.

Для позиционирования имеет важное значение сеть станций IGS. Формально сеть признана в 1993. К началу 1999 г. в сети имелось почти 200 пунктов, на которых были установлены непрерывно действующие GPS-приемники. В России на начало 2000 г. имелось 12 IGS-станций. Данные этих наблюдений используются для уточнения эфемерид спутников GPS, для контроля координат пунктов сети ITRF, привязки пунктов местных сетей к ITRF, контроля деформаций твердых и жидких (морского уровня, ледников и т. д.) пластов Земли, изучения параметров вращения Земли и поддержки других научных программ IERS.

ГЛОНАСС действует в координатной системе ПЗ-90 (Параметры Земли 1990 г.). Система ПЗ-90 закреплена координатами трех десятков опорных пунктов Космической геодезической сети (КГС), при этом 7 пунктов установлены в Антарктиде. Погрешность взаимного положения пунктов при расстояниях между ними до 10 000 км менее 30 см. Начало координат совмещено с центром масс Земли с точностью около 1 м (Бойков и др., 1993; Параметры Земли 1990).

Помимо международных, существуют национальные системы отсчета, называемые в нашей стране референчными. Центры их эллипсоидов часто не совмещены с центром масс Земли. Они устанавливают *квазигеоцентрические* координаты. Например, в ныне действующей системе координат 1942 г. на референц-эллипсоиде Красовского (СК-42) центр эллипсоида смещен с центра масс Земли более, чем на 155 м.

Постановлением Правительства РФ от 28 июля 2000 г. для геодезических и картогра-

фических работ с 1 июля 2002 г. устанавливается единая система координат СК–95; для обеспечения орбитальных полетов и решения навигационных задач – геоцентрическая система координат ПЗ–90. До завершения этих мероприятий используется СК–42. Координатная система СК–95 реализована совместной обработкой 164 тыс. пунктов АГС, 134 пунктов ДГС и 26 пунктов КГС, построена на эллипсоиде Красовского, оси которого, в отличие от СК–42, ориентированы параллельно соответствующим координатным осям ПЗ–90.

Положения точки в пространстве, определенные по координатам указанных геоцентрических систем, могут различаться до десятка метров. Различия же координат геоцентрических и квазигеоцентрических систем значительно больше и могут превысить сотню метров.

Определение геоцентрических пространственных прямоугольных координат спутника. Положение спутника в геоцентрической системе координат вычисляют по *элементам кеплеровой орбиты* (рис. 2). Спутник, перемещаясь по орбите из южного полушария в северное, пересекает плоскость экватора в точке, называемой *восходящим узлом*. Двигаясь по эллиптической орбите он проходит перигей – точку орбиты, ближайшую к центру масс Земли. Элементами орбиты являются (Баранов и др., 1986): A – большая полуось эллиптической орбиты; e_k – эксцентриситет орбиты; Ω – долгота восходящего узла орбиты (отсчитывается в плоскости экватора на восток от направления на точку весеннего равноденствия); ω – аргумент перицентра (угол в плоскости орбиты с вершиной в центре масс Земли и между направлениями на пери-

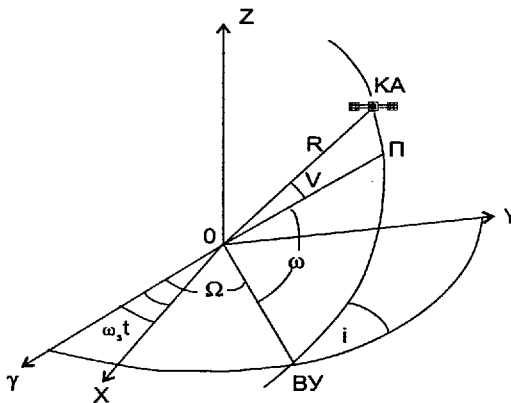


Рис. 2. Элементы кеплеровой орбиты и пространственная прямоугольная геоцентрическая система координат:

O – центр масс Земли, KA – космический аппарат, P – перигей, BU – восходящий узел, γ – направление на точку весеннего равноденствия

гей и восходящий узел); i – наклон плоскости орбиты к плоскости экватора. Элементы кеплеровой орбиты меняются во времени и должны быть известны на момент позиционирования.

Для вычисления геоцентрических координат X, Y, Z спутник GPS передает в приемник пользователя группу отнесенных к некоторому моменту t_0 эфемеридных параметров Кеплера: $M_0, \Delta n, e_k, \sqrt{A}, \Omega_0, i_0, \omega, \bar{\Omega}, \bar{I}, C_{uc}, C_{us}, C_{rc}, C_{rs}, C_{rc}, C_{rs}, t_0$. Алгоритм вычислений координат КА на эпоху t следующий.

1. Определение так называемой средней аномалии M :

$$M = M_0 + n(t - t_0), n = n_0 + \Delta n, n_0 = (fM_0)^{1/2}/A^{3/2}.$$

2. Вычисление итерациями эксцентрической аномалии E :

$$E - e_k \sin(E) = M.$$

3. Вычисление так называемой истинной аномалии v (угла в плоскости орбиты между радиусом-вектором и направлением на перигей, рис. 2):

$$\begin{aligned} \cos(v) &= (\cos(E) - e_k)/(1 - e_k \cos(E)), \\ \sin(v) &= (1 - e_k)^{1/2} \sin(E)/(1 - e_k \cos(E)). \end{aligned}$$

4. Вычисление приближенного аргумента широты u_0 :

$$u_0 = v + \omega.$$

5. Вычисление поправок:

$$\delta u = C_{us} \sin(2u_0) + C_{uc} \cos(2u_0);$$

$$\delta R = C_{rs} \sin(2u_0) + C_{rc} \cos(2u_0);$$

$$\delta i = C_{is} \sin(2u_0) + C_{ic} \cos(2u_0).$$

6. Вычисление исправленных значений u, i :

$$u = u_0 + \delta u, i = i_0 + \delta i + \bar{i}(t - t_0).$$

7. Определение радиуса-вектора R :

$$R = A(1 - e_k \cos(E)) + \delta R.$$

8. Вычисление долготы l восходящего узла относительно гринвичского меридиана по формулам:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \cos(u)\cos(l) - \sin(u)\cos(i)\sin(l) \\ \cos(u)\sin(l) + \sin(u)\cos(i)\cos(l) \\ \sin(u)\sin(i) \end{pmatrix}$$

$$l = \Omega_0 + (\bar{\Omega} - \omega_0)(t - t_0) - \omega_0 t.$$

9. Определение прямоугольных геоцентрических координат спутника по формулам:

Геодезическая система координат. Прямоугольные геоцентрические координаты пересчитывают в геодезические. Они взаимосвязаны соотношениями:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+H)\cos B \cos L \\ (N+H)\cos B \sin L \\ (N+H - e^2 N)\sin B \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arcsin[(Z+P)/Q] \\ \arcsin(Y/D) \\ Q - N \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned} D^2 &= X^2 + Y^2; S = \sin B; N = a/\sqrt{1 - e^2 S^2}; \\ P &= e^2 NS; Q = \sqrt{D^2 + (Z + P)^2}; e^2 = \alpha(2 - \alpha), \end{aligned}$$

где N – радиус кривизны первого вертикала; a – большая полуось; α – сжатие эллипсоида. Широта B вычисляется последовательными приближениями: в начале принимается $S_0 = 0$. Итерации прекращаются, когда $|S_{n+1} - S_n| \leq \varepsilon$, где ε – допуск точности вычислений. Однако следует иметь в виду, что геодезические широта B , долгота L и высота над эллипсоидом по нормали к нему H даны относительно того эллипсоида, которым пользуется система спутникового позиционирования. Так, в случае GPS они вычисляются для земного эллипсоида WGS-84.

Азимуты и зенитные расстояния спутников. Вычисление зенитных расстояний спутников и азимутов направлений на них необходимо для планирования измерений и для того, чтобы знать, где находится спутник в момент наблюдений. Вычисления геодезических азимута A_z и зенитного расстояния Z спутника производятся по формулам:

$$\begin{pmatrix} \sin Z \cos(A_z) \\ \sin Z \sin(A_z) \\ \cos Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (X_i - X_s)/R_w \\ (Y_i - Y_s)/R_w \\ (Z_i - Z_s)/R_w \end{pmatrix},$$

где индекс i относится к КА, а индекс A – к станции наблюдений, R_w – расстояние от станции до спутника. Зенитное расстояние вычисляется по третьему уравнению, азимут – по первым двум. Для наблюдений интерес представляют лишь спутники, зенитные расстояния которых $Z \leq 90^\circ$ (находятся над горизонтом).

Плоские прямоугольные координаты. В РФ их вычисляют на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера, во многих других странах – в проекции UTM (Universal Transverse Mercator), являющейся разновидностью проекции Гаусса-Крюгера. UTM координаты именуют северным (x) и восточным (y) положениями. Восточное положение центрального меридиана 500 000 м. Северное положение экватора для объектов северного полушария равно 0, а для объектов южного полушария – 10 000 000 м. Используют шестиградусные зоны. Зоны нумеруют с запада на восток числами от 1 до 60, начиная от меридиана 180° з. д. Номер зоны указывают перед восточным положением. Данная система применяется в диапазоне 80° ю. ш. – 84° с. ш. Если обе проекции отнесены к одним и тем же эллипсоиду и осевому меридиану, то соответствующие UTM координаты, по сравнению с координатами Гаусса-Крюгера, преумножены в 0,9996 раза.

Ортометрические и нормальные высоты. В некоторых западных странах используют высоты, отсчитываемые от геоида – ортометрические высоты:

$$H^o = H - \zeta_{\text{гео}},$$

где H – высота над эллипсоидом; $\zeta_{\text{гео}}$ – высота геоида.

В Российской Федерации применяют нормальные высоты, отсчитываемые от квазигеоида:

$$H^v = H - \zeta,$$

где ζ – высота квазигеоида. Нормальные высоты, в отличие от приближенных ортометрических, определены строго. Однако, для их нахождения по результатам спутникового позиционирования необходимо располагать высотами квазигеоида.

Контрольные задания и вопросы

1. Перечислите важные для позиционирования параметры Земли.
2. Как расположена геоцентрическая гринвичская пространственная прямоугольная система координат?
3. Каково назначение сетей ITRF и IGS?
4. В чем различие общеземных и референчных координатных систем?
5. Сравните координатные системы WGS-84, ПЗ-90, СК-42 и СК-95.
6. Перечислите элементы кеплеровой орбиты.
7. Как вычисляются пространственные прямоугольные геоцентрические координаты спутника?
8. Повторите алгоритм пересчета прямоугольных координат X, Y, Z в геодезические координаты B, L, H .
9. Что нужно знать, чтобы вычислить Z и A_s спутника?
10. Чем отличаются координаты Гаусса-Крюгера, применяемые в России, от координат UTM, определяемых по данным измерений GPS?
11. В чем различия геодезических, ортометрических и нормальных высот?
12. Как найти нормальные высоты по данным измерений GPS?

3. СОЗВЕЗДИЯ СПУТНИКОВ

Орбитальные группировки GPS и ГЛОНАСС состоят из 24 спутников. Спутники в GPS расположены в шести, а ГЛОНАСС – в трех плоскостях развернутых соответственно через 60° и через 120° по долготе восходящего узла (табл. 3). Если все спутники системы перевести в одну плоскость, то они расположатся равномерно через 15° и образуют «хорват» вокруг Земли.

Таблица 3. Орбитальные параметры ГЛОНАСС и GPS

Параметр	ГЛОНАСС	GPS
Число КА в системе	24 (3)	24 (3)
Число орбитальных плоскостей	3	6
Наклон орбиты i	$64,8^\circ$	55°
Период обращения T	11 ч 16 мин	11 ч 57 мин
Высота КА	19 100 км	20 150 км

Каждый КА проходит по орбите около 167 000 км. Эксцентриситет орбит около $0,01 \div 0,001$ – орбиты практически круговые. Для круговых орбит и шарообразной модели Земли радиуса R_3 имеем (рис. 3):

- угловая скорость обращения КА $\omega = 2\pi/T$;
- радиус-вектор определяется формулой $R^2 = rM_3/\omega^2$;
- линейная скорость перемещения вдоль орбиты $v = \omega R$;
- средняя высота над Землей $H = R - R_3$;
- радиус зоны видимости на земной поверхности $S = \beta R_3$;
- широта «видимости за полюсом» $\varphi_{\text{пл}} \geq 180^\circ - (\beta + i)$.

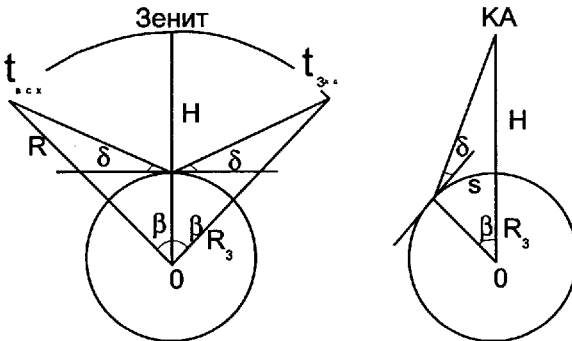


Рис. 3. Зоны видимости со станции и с высоты КА

Геоцентрический угол, определяющий зону радиовидимости спутников, находим по теореме синусов из рис. 3:

$$\beta = \arccos[\cos(\delta) / (1 + H/R_s)] - \delta,$$

где δ – минимальная высота спутника над горизонтом (маска), устанавливаемая для надежного приема радиосигналов и ослабления влияния атмосферной рефракции.

По этой же формуле рассчитывают зону видимости с КА.

Наибольший путь сигнал проходит на предельно низкой высоте над горизонтом, наименьший – вертикально вниз с зенита. Разность этих путей

$$dS = R \sin(\beta) / \cos(\delta) - H.$$

При разных траекториях время нахождения спутника над горизонтом различно. Когда ИСЗ проходит через зенит Z, разность моментов захода и восхода равна

$$t_{\text{вхд}} - t_{\text{всх}} = 2\beta/\omega_s.$$

Значения рассмотренных выше величин, вычисленные при $T = 12$ ч, $\delta = 10^\circ$ и $R_s = 6371$ км, даны в табл. 4.

Таблица 4. Показатели движения КА по круговой орбите

Параметр	Показатель
Угловая скорость обращения ω_s	0,5236 рад/ч
Радиус-вектор орбиты R	26 600 км
Скорость перемещения вдоль орбиты v	3,87 км/с
Средняя высота H	20 200 км
Геоцентрический угол зоны радиовидимости β	66,4°
Радиус видимости на Земле S	7400 км
Широта «видимости КА за полюсом»	±58,6°
Максимальная разность путей радиосигналов dS	4500 км
Время видимости КА над горизонтом ($t_{\text{вхд}} - t_{\text{всх}}$)	до -4 ч

Период обращения T для ГЛОНАСС несколько больше отличается от 12 ч, чем период GPS. Это сделано сознательно. Такая орбита эффективна с точки зрения поддержания орбитальной группировки: намного реже приходится корректировать положения КА. При этом зоны радиовидимости для пользователей повторяются через 17 витков, примерно через 8 сут.

В системах первого поколения ЦИКАДА и TRANSIT имелось по 4–10 действующих спутников на полярных орбитах высотой около 1000 км. Главным их недостатком было отсутствие непрерывного глобального покрытия. При таком числе спутников дискретность их появления в районе экватора составляла около 2 ч, а в приполярных районах – 0,5 ч. Спутники над горизонтом были видны до 15 мин. В новых системах спутников стало по 24, а высоты орбит увеличились до 20 тыс. км. Появилась возможность в лю-

бой точке земного шара одновременно видеть не менее 4 КА. При этом орбиты стали более стабильными, а положения спутников на них – точнее предсказуемыми.

Контрольные задания и вопросы

1. Сравните орбитальные параметры ГЛОНАСС и GPS.
2. Какова наибольшая разность путей радиосигналов?
3. Какова средняя высота КА в ГСП 1-го и 2-го поколений?
4. Для чего нужна маска высоты спутника над горизонтом?
5. С какой скоростью КА GPS перемещаются по орбите?
6. Как долго видны спутники GPS над горизонтом?

4. СЧЕТ ВРЕМЕНИ. РАДИОСИГНАЛЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ И ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Счет времени. Все способы измерения дальностей (псевдодальностей) основаны на определениях времени прохождения радио волны от спутника до приемника. Поэтому счету времени уделяется чрезвычайно большое значение. На каждом спутнике установлено по несколько атомных стандартов частоты, одновременно являющихся стандартами времени. С их помощью генерируются электромагнитные колебания с относительной нестабильностью частоты за сутки около 10^{-13} . Чтобы погрешность в показаниях часов такой точности достигла 1 с, потребовалось бы свыше трехсот тыс. лет. Однако и при такой стабильности часов погрешности в измеряемых дальностях уже составляют около 0,03 мм. Передаваемые радиосигналы несут *метки времени*. По этим меткам на Земле при помощи станций службы времени производится сверка временных шкал с государственными эталонами. В состав НКУ ГЛОНАСС введен еще центральный синхронизатор (ЦС) с водородным стандартом частоты, среднесуточная нестабильность которого $\sim 3 \cdot 10^{-14}$. Шкалы времени КА сверяются со шкалой ЦС и соответствующие поправки дважды в сутки закладываются на борт каждого спутника. По меткам времени синхронизируют измерения и в аппаратуре пользователей. По меткам времени определяются также моменты отсчетов в процессе позиционирования.

В основе измерений времени лежит атомное время АТ. Существует *Международное атомное время* TAI (Time Atomic International). Единицей атомного времени является атомная секунда – интервал времени, в течение которого совершается 9 192 631 770 колебаний, соответствующих резонансной частоте энергетического перехода между уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия-133.

Атомное время течет равномерно и постепенно расходится с так называемым *Всемирным временем* UT (Universal Time), соответствующим среднему времени Гринвичского меридиана, которое соотнесено с суточным вращением Земли. Различают всемирное время UT0, получаемое из астрономических наблюдений, UT1 – исправленное за смещение мгновенного полюса относительно его среднего положения и UT2 – исправленное UT1 поправками за сезонные вариации вращения Земли.

Поскольку шкалы АТ и UT между собой не согласуются, введена промежуточная шкала так называемого *координированного времени* UTC (Universal Time Coordinated), в России – UTC (SU), соответствует Государственному эталону частоты и времени РФ. Это атомное время, которое корректируется на 1 с, когда оно отличается от UT1 более 0,9 с. Коррекция выполняется по мере надобности, либо в полночь после последней секунды полугодия 30 июня или в конце года 31 декабря. В результате коррекции в 1996 г. расхождение между UTC (SU) и UTC уменьшилось до 1 мс.

Время GPS (GPST) было установлено в полночь с 5 на 6 января 1980 г. и на 19 с меньше времени TAI (King et al., 1987). В ноябре 1985 г. GPST = UTC + 4 с. В июне 1993 г. GPST опережало UTC на 9 с, в июле 1994 г. – на 10 с.

Системное время ГЛОНАСС корректируется одновременно с UTC (SU). Их расхождение

ние поддерживается в пределах 1 мкс. Поэтому в ГЛОНАСС нет сдвига в целое число секунд, но есть постоянный, обусловленный условиями функционирования по Московскому времени сдвиг на 3 ч. В навигационном сообщении передается поправка для перехода от времени ГЛОНАСС к времени UTC (SU). Пользователь может определить время UTC (SU) со средней квадратической погрешностью в 1 мкс. Реально существуют технические возможности определения этого времени с точностью до 20–30 нс.

В момент коррекции времени нарушается целостность навигационного сообщения ГЛОНАСС. Поэтому в перспективе в модернизированном варианте ГЛОНАСС-М предполагается уведомлять пользователей за 8 недель о предстоящей секундной коррекции.

В GPS время передается в форме номера недели и поправки времени для каждой «GPS недели». Номера недель исчисляются от 0 до 1023. Неделя с номером 0 была начата 6 января 1980 г. Неделя с номером 1023 закончилась 21 августа 1999 г. После этого номер недели был переведен на 0 и счет начался с начала. В периоды смены номеров недели в приемниках возможны ошибки из-за неправильного вычисления даты.

В ГЛОНАСС таких проблем нет. Время считается от нуля часов, минут и секунд с 1 января последнего високосного года.

В приемнике пользователя атомных стандартов частоты нет. Устанавливать их там было бы слишком дорого, поэтому сдвиг шкалы времени в спутниковом приемнике, может быть на несколько порядков больше, чем на спутнике. К счастью, этот сдвиг, как уже отмечалось, практически одинаков по отношению к измерениям псевдоудальностей до всех наблюдаемых в данный момент спутников. Это – почти постоянная систематическая погрешность. Ее можно исключить, если измерять псевдоудальности как минимум до 4 спутников. Четыре измерения позволяют вычислить четыре параметра – три координаты, определяющие положение приемника в земном пространстве, и сдвиг шкалы времени (уход частоты) в приемнике.

Электромагнитные колебания и волны. Измерения основаны на использовании периодических колебательных процессов. Простейшими являются гармонические (синусоидальные) колебания, описываемые уравнением

$$u = U \sin(\omega t + \varphi_0).$$

В этой формуле u – текущее значение колебаний, U – амплитуда; остальные величины: ω – круговая частота, f – частота, T – период, φ – фаза, φ_0 – начальная фаза. Эти величины связаны соотношениями:

$$\omega = 2\pi f, \quad \varphi = (\omega t + \varphi_0), \quad f = 1/T.$$

Колебания электрического и магнитного полей образуют электромагнитное поле. Распространяющееся в пространстве электромагнитное поле называют *электромагнитными волнами*. Волна за время T со скоростью c проходит путь λ , называемый *длиной волны*.

$$\lambda = c \cdot T = c/f.$$

Условия распространения, технические возможности генерирования и приема существенно зависят от длины (частоты) волн. Субмиллиметровые и более длинные волны обычно называют радиоволнами. По длинам электромагнитные колебания делят на диапазоны (табл. 5).

Таблица 5. Классификация электромагнитных волн по диапазонам

Диапазон волн	Длина волн	Частота
Сверхдлинные	>10 км	<30 кГц
Длинные	1–10 км	300–30 кГц
Средние	100–1000 м	3–0,3 МГц
Короткие	10–100 м	30–3 МГц
УКВ–метровые	1–10 м	300–30 МГц
УКВ–дециметровые	1–10 дм	3000–300 МГц
УКВ–сантиметровые	1–10 см	30–3 ГГц
Миллиметровые	1–10 мм	300–30 ГГц
Субмиллиметровые	0,1–1 мм	300–3000 ГГц
Инфракрасные и световые	<0,1 мм	>3000 ГГц

Волны одинаковой длины, сохраняющие постоянство разности фаз, называют *когерентными*. Когерентные волны образуют из колебаний, генерированных в одном генераторе.

Электромагнитные колебания являются поперечными, так как взаимно-перпендикулярные векторы напряженностей электрического и магнитного полей лежат в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны. Обозначим эту плоскость через Π . Если колебания проекции напряженности электрического вектора на плоскость Π происходят в одном направлении, то говорят, что имеет место *линейная поляризация*.

При сложении двух когерентных линейно поляризованных во взаимно-перпендикулярных направлениях колебаний образуется *эллиптически поляризованная волна*, в которой проекция конца электрического вектора в плоскости Π перемещается по эллипсу. Если амплитуды волн равны, а фазы сдвинуты на $\pi/2$, то эллипс переходит в окружность и поляризация становится *круговой*. В GPS и ГЛОНАСС имеет место правосторонняя круговая поляризация.

Модуляция колебаний. Для измерений расстояний формируют специальные дальномерные коды, представляющие собой псевдослучайные чередования нулей и единиц. Такие коды вырабатывают на спутниках и в приемнике пользователя. Со спутника их передают на Землю. Для переноса на Землю их встраивают в колебания высокой частоты, излучаемые передатчиком КА и называемые *несущими*. Кроме того в несущий сигнал необходимо встроить все передаваемые со спутника данные. Этого достигают изменением, иначе *модуляцией*, по закону передаваемой информации какого-нибудь параметра колебаний – фазы, частоты или амплитуды. Соответственно модуляция называется фазовой, частотной или амплитудной (ФМ, ЧМ или АМ). В ГЛОНАСС и GPS име-

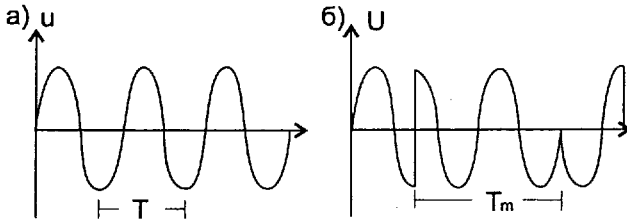


Рис. 4. Манипуляция фазы: а) несущий сигнал с периодом колебаний T ; б) модулированный сигнал, T_m промежуток времени между смежными перебросами фазы на 180°

ет место особый способ ФМ – *манипуляция фазы* – в момент смены в коде 0 на 1 или 1 на 0 фаза несущего колебания перебрасывается на 180° (рис. 4).

Подобным образом со спутников передается вся информация. Данные предварительно преобразуют в двоичный код и в моменты смены в кодах 0 на 1 или 1 на 0 фаза несущего колебания перебрасывается на 180° .

Важно отметить, что фазовой модуляцией изменяется частотный спектр сигнала. Так, если немодулированные колебания (рис. 4, а) происходят с одной частотой $f = 1/T$, то модулированные колебания (рис. 4, б) содержат множество частот, расположенных по обе стороны от несущей частоты. Общая мощность сигнала частоты f при этом резко уменьшается, перераспределяясь по всему спектру.

В аппаратуре пользователя сигналы дальномерных кодов и других данных для дальнейшей их обработки выделяют *демодуляцией (детектированием)* – процессом обратным модуляции.

Сигналы, передаваемые со спутников. На схеме рис. 5 показано, как в GPS формируются сигналы, а в табл. 6 приведены их характеристики.

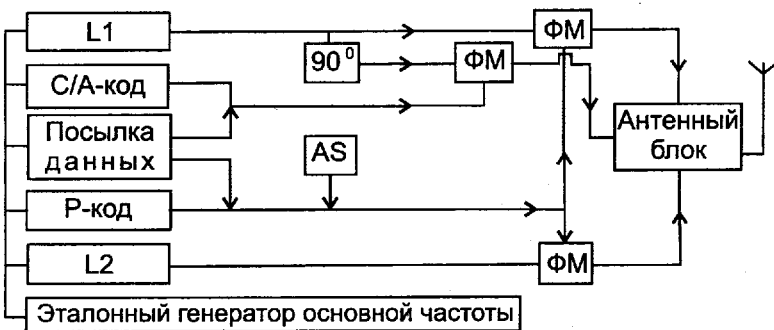


Рис. 5. Схема образования радиосигналов в КА GPS

Таблица 6. Характеристики сигналов, передаваемых КА

Параметр	ГЛОНАСС	GPS
Поляризация радиоволн	Правая круговая	Правая круговая
Несущие частоты L1	1598,06+1605,38 МГц	1575,42 МГц
Несущие частоты L2	1242,94+1248,62 МГц	1227,6 МГц
Несущая частота L5	—	1176,45 МГц
Разделение сигналов	Частотное	Кодовое
Объем посылки данных	7500 бит	37500 бит
Длительность посылки данных	2,5 мин	12,5 мин
Скорость передачи	50 зн/с	50 зн/с
Повтор меток времени	2 с	6 с

В GPS на каждом спутнике имеется эталонный генератор основной частоты $f_0 = 10,23$ МГц, из колебаний которого образуются сигналы, обозначаемые как L1 и L2. Они используются в качестве несущих для передачи кодов и посылки данных, а также для наиболее точных измерений дальностей фазовым методом. В перспективе, с целью повышения надежности позиционирования и безопасности полетов в авиации, будет введена третья частота L5. Их частоты и длины волн соответственно равны

$$f_{L1} = 154 f_0, f_{L2} = 120 f_0, \lambda_{L1} = 19,0 \text{ см}, \lambda_{L2} = 24,4 \text{ см}, \\ f_{L5} = 115 f_0, \lambda_{L5} = 25,5 \text{ см}.$$

Для определений дальностей генерируют коды двух типов – P и C/A. Код P трактуется как *точный* (Precision) или защищенный (Protected). Он предназначен для военных. Для остальных пользователей в любое время может быть введен режим *селективного доступа* SA (Selective Availability), при котором с целью понижения точности измерений преднамеренно накладываются флюктуации на фазу дальномерного кода и вносятся дополнительные погрешности в эфемеридную информацию. В ночь с 1 на 2 мая 2000 г. президент США отменил режим SA, повысив этим точность измерений для гражданских пользователей в 10 раз. В случае возникновения угрозы национальной безопасности США режим понижения точности будет вводиться регионально. В GPS предусмотрена еще одна мера защиты сигнала от несанкционированного пользователя – режим *дополнительного шифрования* AS (Anti Spoofing), когда P-код при помощи нелинейной функции $W(t)$ переводится в новый Y-код. В аппаратуре военных пользователей функция $W(t)$ известна и используется при демодуляции Y-кода. В будущем, при модернизации системы, предполагается ввести новые военные коды, в совокупности называемые M-кодами. Их будут передавать в требуемом регионе с повышенной мощностью. Все эти меры принимаются по трем соображениям, определяемому как «принцип трех P»:

- Protection – защита вооруженных сил на театре военных действий.
- Prevention – предотвращение использования GPS противником.
- Preservation – сохранение качества услуг GPS, предоставляемых гражданским пользователям за пределами театра военных действий.

C/A-код разработан для гражданского пользователя. Его трактуют как грубый (Coarse Acquisition), легко доступный (Clear Accessible), легко обнаруживаемый (Clear Acquisition), гражданский (Civil Application) или стандартный (S – Standard).

Несущий сигнал L1 одновременно модулирован обоими C/A и P-кодами, но фазы этих модуляций сдвинуты относительно друг друга на 90°. Сигнал L2 модулирован P-кодом и не несет C/A-кода (планируется ввести и этот код). Оба сигнала L1 и L2 модулированы также данными, посылаемыми с КА. Модуляция такая же – ФМ.

Посылка данных (навигационное сообщение) каждого спутника GPS состоит из 25 блоков по 1500 бит. Каждый блок разбит на 5 подблоков по 300 бит. Трансляция подблока занимает 6 с, блока – 30 с, всего сообщения – 12,5 мин. Каждый подблок разделен на 10 слов по 30 бит. Все подблоки начинаются с телеметрической информации и информации, используемой для счета времени, формирования меток времени и выяснения, какая часть данного P(Y)-кода передается. Далее в первом подблоке идет информация о поправках к часам спутника, а в подблоках 2 и 3 – эфемериды с поправками к кеплеровым элементам орбиты спутника (они действительны лишь на короткое время для части его орбиты). Указанные подблоки повторяются в каждом блоке. Подблоки 4 и 5 несут данные о поправках за влияние ионосферы, а также альманах – сборник менее точных данных о местонахождении всех спутников. Альманах нужен для планирования и проектирования измерений. Информация подблоков 4 и 5 разделена на 25 страниц, передается постранично и повторяется через 12,5 мин. Сведения, касающиеся конкретного спутника передаются только этим спутником. Информация альманаха транслируется каждым спутником. Кроме того навигационное послание передает сведения о работоспособности (здоровье) спутников и др. Наиболее важное обновляется через каждые 4 часа (Leick, 1995).

В GPS все спутники работают на одних и тех же частотах, но каждый имеет свой код. Разделение сигналов *кодвое*.

В ГЛОНАСС все сигналы модулированы одними и теми же *высокой* (ВТ) или *стандартной* (СТ) точности кодами. Сигналы L1 модулированы обоими кодами, L2 – только кодом ВТ (в перспективе планируется добавить и код СТ). Каждый спутник работает на собственных частотах. Разделение сигналов *частотное*. Значения частот:

$$\begin{aligned} f_{L1} &= f_{01} + K\Delta f_1, \quad f_{L2} = f_{02} + K\Delta f_2; \\ f_{01} &= 1602 \text{ МГц}, \quad f_{02} = 1246 \text{ МГц}; \\ \Delta f_1 &= 0,5625 \text{ МГц}, \quad \Delta f_2 = 0,4375 \text{ МГц}; \end{aligned}$$

где номера $K = 1 \div 24$. К 1998 г., чтобы не мешать радионавигации и мобильной космической связи, были исключены номера $K = 16 \div 20$. Спутники в противоположных полушариях получают одинаковые номера. К 2005 г. сохраняются только номера K с 1 по 12, а позже – с -7 по $+6$, причем $K = +5$ и $K = +6$ будут использоваться ограниченное

время в служебных целях. На каждом спутнике все сигналы формируют от одного эталонного генератора основной частоты $f_0 = 5,11$ МГц. Несущие частоты находятся в соотношении $f_{L1}/f_{L2} = 9/7$. Длины волн $\lambda_{01}=18,7$ см, $\lambda_{02}=24,1$ см.

В ГЛОНАСС навигационное сообщение формируется в виде непрерывно следующих строк. Длительность строки 2 с. В первой строке (1,7 с) передаются навигационные данные, во второй (0,3 с) – метка времени. Группа из 15 строк объединена в кадр длительностью 30 с. Пять кадров образуют суперкадр длительностью 2,5 мин. Передаваемая информация подразделяется на оперативную и неоперативную. Оперативная информация, первые четыре строки в кадре, содержит оцифровку меток времени КА, сдвиг шкалы времени КА относительно времени системы, отличие несущей частоты от номинала, эфемериды КА с геоцентрическими координатами и производными координат спутника. Неоперативная информация (альманах) включает в себя данные о шкале времени системы, шкале времени каждого спутника, данные об элементах орбит и техническом состоянии всех спутников. В каждом кадре передается полный объем оперативной информации и часть альманаха. Полный альманах содержится в суперкадре. Обновление информации происходит быстро – за 2,5 мин против 12,5 мин в GPS.

Релятивистский эффект частоты. Он возникает по двум причинам: большой скорости движения спутника и различия гравитационного потенциала на спутнике и на Земле. На быстро движущемся спутнике происходит замедление течения времени. Относительное значение частоты уменьшается на $-4,4 \cdot 10^{-10}$. Поэтому основная частота на спутнике преуменьшается и устанавливается в ГЛОНАСС смещенной на $\Delta f_0 = -2,18 \cdot 10^{-3}$ Гц, а в GPS – на величину $\Delta f_0 = -4,57 \cdot 10^{-3}$ Гц. Эффект из-за различия гравитационных потенциалов на спутнике и на Земле учитывается поправкой, зависящей от эксцентриситета орбиты. При эксцентриситете $\sim 0,02$ погрешность в дальности будет ~ 14 м.

Влияние релятивистского эффекта может быть разделено на две части. Одна из этих частей компенсируется смещением основной частоты f_0 . В навигационном сообщении передается поправка, учитывающая отклонение фактической частоты спутникового эталона от требуемой его настройки и отклонение орбиты спутника от номинальной. Другая часть этого эффекта является одинаковой для всех каналов спутникового приемника и входит в качестве постоянной составляющей в определяемые псевдодальности и псевдоскорости. Причем по этой причине в средних широтах псевдодальности могут отличаться от дальностей до 17–25 м (Липкин, 2001).

Целостность системы. Важная характеристика работоспособности системы. *Целостность* – способность системы обеспечить пользователя своевременными предупреждениями в случае, когда систему нельзя использовать. Фактически идет речь о информации о состоянии и неисправностях спутников. Меры по обеспечению целостности принимаются как на спутниках, так и на Земле. В приемник поступают сигналы о пригодности или непригодности КА. Важной мерой является использование избыточного числа спутников и отбраковки измерений, поступающих от неисправных КА. На Земле организуются службы мониторинга, основной задачей которых является оперативное

определение характеристик навигационного поля, выявление сбоев и оповещение о них пользователей (Глотов, Мудрак, 2000).

Контрольные задания и вопросы

1. UT1, TAI, UTC, UTC(SU), GPST, время ГЛОНАСС – в чем различия этих систем счета времени?
2. Как взаимосвязаны период, частота и длина волны?
3. Что характеризует начальная фаза? Начальные фазы в КА и АП неодинаковы – что это означает?
4. Какие колебания называют когерентными? Почему свойство когерентности важно для ГЛОНАСС и GPS?
5. В каком соотношении находятся частоты L1, L2 и L5?
6. Как поляризованы радиоволны в ГЛОНАСС и GPS?
7. В чем суть манипуляции фазы?
8. Как модулированы несущие волны L1 и L2?
9. Для чего предназначены альманах и эфемериды?
10. Чем различаются радиосигналы ГЛОНАСС и GPS?
11. Какие причины появления релятивистского эффекта?
12. Что понимают под целостностью системы? Как она обеспечивается?

5. ДАЛЬНОМЕРНЫЕ КОДЫ

Псевдослучайные последовательности. В 70-х годах стали развиваться методы измерения дальностей с использованием радиоимпульсов с начальными фазами 0 и π , интерпретируемых в цифровой технике как 0 и 1. Закономерное чередование нулей и единиц образует код. Если два кодовых сигнала случайны и одинаковы, то максимальная их корреляция проявится лишь тогда, когда оба они будут полностью совмещены. Коды генерируют так, чтобы они воспринимались как случайный шум. Поэтому такие сигналы называют *псевдослучайными последовательностями* (ПСП) или *псевдослучайными кодами* (Pseudo Random Code). Они малой мощности, однако, благодаря строгой закономерности построения, их удастся выделить из общего шумового фона даже при помощи миниатюрных антенн. Тем не менее сигналы должны в несколько раз превышать уровень шума. Важным показателем является отношение сигнал/шум (SNR – Signal to Noise Ratio). Чем SNR больше, тем лучше. Рассмотрим как создаются и какими свойствами обладают ПСП (Салищев, 1995).

ПСП формируют при помощи сдвиговых регистров с обратной связью (СР), управляемых тактовыми сигналами (рис. 6). В каждом регистре можно хранить числа в двоичном коде в виде 0 или 1. Подачей *тактовых* сигналов частоты f_m эти состояния можно изменять. Частоту f_m называют тактовой. Период следования тактовых сигналов $T_m = 1/f_m$.

Работу генератора ПСП рассмотрим на примере трехразрядного регистра сдвига с обратной связью (рис. 6).

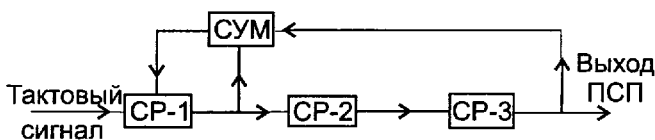


Рис. 6. Генератор ПСП

С приходом тактового сигнала записанное в регистре число сдвигается на один разряд к выходу. Сигналы с выхода и с одного сдвигового регистра, например СР-1, поступают в сумматор СУМ, а с него – на вход первого регистра, где записывается 0 или 1 в зависимости от результата сложения в сумматоре. Сложение происходит по правилу функции mod 2:

$$1 + 1 = 0; 0 + 1 = 1; 1 + 0 = 1; 0 + 0 = 0.$$

Последовательное чередование чисел, когда в начальном состоянии во всех СР записаны единицы, поясняет табл. 7.

На первом такте в сумматор подается 1 с блока СР-1 и 1 с выхода схемы. С выхода сумматора в первый разряд регистра пишется 0 и т. д. На седьмом такте во всех разрядах повторится число, которое было на нулевом такте. В результате образуется кодо-

Таблица 7. Формирование ПСП в трехразрядном регистре

Номер такта	CP-1	CP-2	CP-3	Выход ПСП
0	1	1	1	—
1	0	1	1	1
2	1	0	1	11
3	0	1	0	111
4	0	0	1	0111
5	1	0	0	10111
6	1	1	0	010111
7	1	1	1	0010111

вая последовательность 0010111. В дальнейшем код с указанным чередованием чисел будет повторяться.

Если сумматор соединить с выходом CP-2, то код изменится, однако период повторения кода останется прежним. Схема из K разрядов будет генерировать ПСП с общим числом символов и периодом повторения кода, равными соответственно

$$M = 2^K - 1 \text{ и } T_n = M T_m.$$

При этом число единиц будет 2^{K-1} , а число нулей — $(2^{K-1} - 1)$.

Генераторы ПСП принято характеризовать полиномами, в которых показатель степени соответствует номеру ячейки, участвующей в обратной связи. Например, для трехразрядного генератора рис. 6 полином имеет вид: $1 + X^1 + X^2$. В GPS при десяти сдвиговых регистрах C/A-код характеризуется полиномами $1 + X^3 + X^{10}$ и $1 + X^2 + X^3 + X^6 + X^8 + X^9 + X^{10}$ (Генике, Побединский, 1999). В ГЛОНАСС девятиразрядному генератору соответствует полином $1 + X^5 + X^9$ (Салищев, 1995).

Тактовые сигналы частоты f_m формируются из колебаний эталонного генератора частоты f_0 (рис. 5). Для стандартных кодов частота $f_m = f_0/10$, а для высокоточных кодов $f_m = f_0$. Высокоточные коды довольно сложны. В GPS период их повторения равен 266 сут и разделяется на части по 7 сут. Каждый спутник имеет свой семисуточный фрагмент. Смена фрагментов на всех КА происходит еженедельно в 0 ч с субботы на воскресенье.

Определения псевдодальностей. Допустим, что ПСП на спутнике и в приемнике пользователя генерируют строго синхронно. Тогда приходящая от спутника кодовая последовательность с M символами и длительностью T_n будет запаздывать по отношению к такой же последовательности в аппаратуре наземной станции на время $\tau = t_2 - t_1$, равное распространению сигнала от КА до АП, где t_1 — момент излучения сигнала на спутнике, t_2 — момент его приема на наземной станции (рис. 7).

В случае стандартного кода время τ равно целому числу N кодовых последователь-

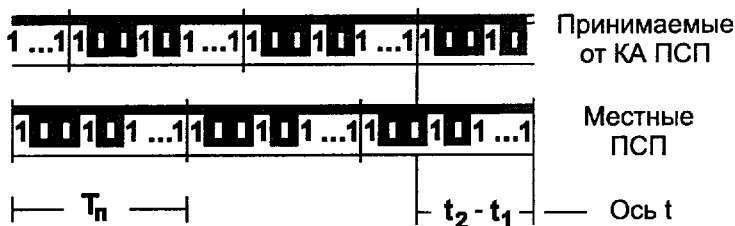


Рис. 7. Сравнение местных и принятых стандартных кодов

ностей длительности T_n и части этой последовательности, состоящей из целого числа n тактов периода T_m и некоторой доли такта ϕ :

$$\tau = nT_n + (m + \phi)T_m,$$

где $0 < \phi < 1$, $m < M$. Величины m и ϕ могут быть измерены. Для этого последовательным сдвигом фазы местный сигнал «задерживают» на такое время $(t_2 - t_1)$, чтобы принимаемый успел его «догнать» и они оба совпали (корреляция максимальна).

Для индикации совпадения фаз ПСП может быть использована схема рис. 8. На вход устройства переборки фаз ПФ подаются местные и приходящие от спутника ПСП. В моменты смены символов местных ПСП фаза несущего колебания скачком меняется на 180° . При совпадении фаз сравниваемых сигналов на выходе схемы возникают немодулированные колебания, их мощность резко возрастает, что и служит индикатором их максимальной корреляции.



Рис. 8. Выделение немодулированного несущего сигнала

В действительности нет идеальной синхронизации колебаний на спутниках и на наземных станциях. Образно говоря, часы спешат или запаздывают в КА на величины Δt_k , а в АП на величины Δt_n по сравнению с временем всей системы. Поэтому

$$t_2 - t_1 = \tau + \Delta t_k + \Delta t_n.$$

Умножая это выражение на скорость волн c , имеем:

$$P = R + d_k + \Delta_n,$$

где P – псевдодальность; $R = ct$ геометрическая дальность между положениями спутника и станции соответственно в моменты t_1 и t_2 ; $d_k = c\Delta t_k$ и $\Delta_n = c\Delta t_n$ – искажения дальности R из-за несинхронной работы станций системы. Псевдодальность

$$P = N\lambda_m + dP, dP = (m+\Phi)\lambda_m,$$

где $\lambda_m = c/f_m$ длина тактовой волны; Φ – кодовая фаза, учитывающая, в том числе временные задержки из-за несинхронности колебаний в спутниковой системе позиционирования; $\lambda_c = Mc/f_m$ длина кода ПСП. Эти и другие величины СТ и С/А кодов указаны в табл. 8.

В формуле для определения псевдодальности имеется целое число N , определяющее неоднозначность измерения псевдодальности. Величина N равна целому числу миллисекунд распространения сигнала от спутника до наземной станции. Ее можно найти по известным координатам спутника и приближенным координатам приемника. При этом время распространения кода надо знать с погрешностью менее 0,5 мс, а псевдодальность – с погрешностью

$$dP_n < \lambda_n/2 < 150 \text{ км.}$$

Практически целое число миллисекунд определяют замером положения на шкале времени миллисекундной метки, определяющей начало очередного периода гражданского кода, и следующей сразу после очередной метки времени (Липкин, 2001).

В GPS период P-кода равен 7 сут, что значительно больше времени пробега радиоволной пути от спутника до приемника, равного примерно 65–85 мс. Проблем с разрешением неоднозначности не возникает. Тем не менее и в этом случае желательно заранее знать приближенные координаты приемника, так как для полного последовательного перебора местных P-кодовых сигналов до момента совпадения их фазы с фазой принимаемых со спутника потребовалось бы очень большое время.

От длины тактовой волны зависит инструментальная погрешность измерений, которая для кодов стандартной точности может иметь величину, не превышающую

$$\delta P_n \leq 0,01 \cdot \lambda_n \approx 3+6 \text{ м.}$$

Длина тактовой волны кодов высокой точности в GPS около 29,3 м, а в ГЛОНАСС – 58,7 м. Расчетная инструментальная погрешность ВТ и P-кодов не более 0,3 и 0,6 м соответственно. Аппаратура совершенствуется. Практически же коды С/А по точности не уступают P-кодам.

Таблица 8. Параметры ПСП кодов стандартной точности

Параметр	ГЛОНАСС	GPS
Тактовая частота f_m	511 кГц	1,023 МГц
Число разрядов K	9	10
Интервалы следования символов T_m	≈2 мкс	≈2 мкс
Длина волн $\lambda_m = c/f_m$	≈587 м	≈293 м
Число символов в ПСП M	511	1023
Период повторения ПСП T_n	1 мс	1 мс
Длина волн $\lambda_n = M c/f_m$	≈300 км	≈300 км

Контрольные задания и вопросы

1. По рис. 6 заполните табл. 7 для случая, когда сигнал подается на сумматор от сдвигового регистра CP-2.
2. Насколько запаздывает приходящая от спутника кодовая последовательность по отношению к ПСП в аппаратуре наземной станции? Из чего складывается это время?
3. Как при кодовых измерениях определяют время распространения сигнала от КА до АП?
4. Как на псевдодальность влияет несинхронность генерирования колебаний на спутнике и в наземной станции?
5. От длины какой волны зависит инструментальных погрешностей измерений?
6. Какова расчетная инструментальная точность определений дальностей C/A и P, а также ВТ и СТ кодами?
7. Что такое неоднозначность псевдодальности?
8. Как точно требуется знать приближенные координаты наблюдаемой станции, чтобы правильно разрешить неоднозначность псевдодальности?
9. Почему по кодам P (ВТ) дальность можно найти однозначно?

6. ФАЗОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Фазовый метод. Фазовым методом выполняются наиболее точные измерения. Расчетная инструментальная погрешность dP_* составляет около 0,01 от длины волны и при $\lambda = 19$ см

$$\delta P_* \leq 0,01 \lambda = 0,01 \cdot 19 \text{ см} \approx 2 \text{ мм.}$$

Предположим, имеются идеальные условия – спутник относительно приемника неподвижен, электромагнитные колебания генераторов КА и АП строго синхронны, их частоты и начальные фазы одинаковы. Тогда в АП фаза $\varphi_{\text{ка}}$ пришедших волн будет отставать от фазы $\varphi_{\text{пл}}$ местных колебаний на величину, пропорциональную времени τ пробега волной расстояния R от спутника до наземной станции, где $\tau = R/c$. Разность фаз будет

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{пл}} - \varphi_{\text{ка}} = \omega\tau = 2\pi fR/c = 2\pi R/\lambda.$$

В формулах c , f и λ соответственно скорость электромагнитных колебаний в вакууме, частота и длина несущей волны. Отсюда

$$R = \Delta\varphi\lambda/2\pi = (N + \Phi)\lambda,$$

где Φ доля, а N целое число волн λ в расстоянии R . Важной особенностью является то, что измеряется только величина Φ . Число N из измерений получить невозможно. Если длина волны 19 см, то фиксируется расстояние только в пределах этих 19 см. Учитывая высоту полета спутников, нетрудно подсчитать, что число $N > 100\,000\,000$. Сколько же точно – неизвестно. Задача не имеет однозначного решения. Нужны дополнительные усилия по нахождению чисел неоднозначности N , т. е. по разрешению неоднозначности фазовых измерений.

В действительности задача еще сложнее. Колебания генераторов КА и АП несинхронны: их частоты отличаются от номинала, а начальные фазы неодинаковы. По этой причине в текущий момент суммарное искажение измеряемой разности фаз равно $\Delta\varphi_{\text{ка}} + \Delta\varphi_{\text{пл}}$. Кроме того, дальность до спутника R не остается постоянной. Пока волна идет от передатчика на спутнике до приемника на Земле, спутник движется. Соответственно расстояние R или растёт, или убывает, изменяясь с некоторой скоростью v_R . В свою очередь скорость v_R также может или расти, или убывать.

Вместе со спутником перемещается его передатчик. Вследствие перемещения передатчика возникает эффект Доплера. Если спутник движется навстречу приемнику, последний в единицу времени принимает больше волн по сравнению с неподвижным спутником. Это означает, что принимаемые волны стали короче, а частота колебаний – больше. С удалением спутника картина меняется на обратную – принимаемые волны удлиняются, а частота уменьшается. Частота принимаемого с дистанции сигнала отличается от частоты излучаемого сигнала на величину доплеровского сдвига частоты f_d :

$$f_d = \pm f v_R/c, \quad \omega_d = 2\pi f_d,$$

где ω_d – круговая доплеровская частота. Приемник осуществляет поиск пришедшего сигнала в диапазоне возможных доплеровских частот и выполняет подстройку под его частоту и фазу.

Чтобы пояснить, как определяется пришедших в приемник волн фазовый сдвиг, пропорциональный пройденному ими пути, нужны такие понятия, как *гетеродин*, *промежу-*

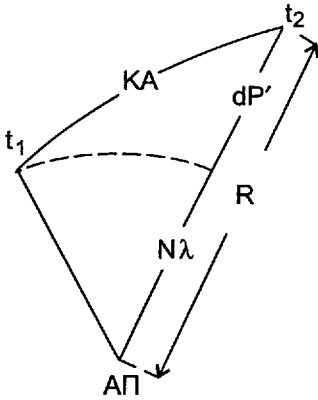


Рис. 9. Определения геометрического расстояния R по фазовым измерениям

точная частота и ряд других. Поэтому дальнейшие пояснения дадим, ограничиваясь геометрическим уровнем.

Принципиально важно отметить одно обстоятельство. Как только приемник поймал сигнал спутника, он начинает отслеживать и измерять изменения разностей фаз, обусловленные движением спутника. После каждого изменения расстояния от спутника до приемника на длину несущей волны λ , фаза этого сигнала меняется на один цикл. Поэтому измеряемая часть фазы несущей волны содержит не только долю, но и целое число циклов, фиксируемых с момента вхождения в синхронизм с принимаемым сигналом. Однако, остается неизвестным целое число циклов N , которое было до установления связи. Неоднозначность фазовых измерений не устраняется.

Дальности, определяемые по фазе несущей, для краткости будем называть фазовыми (carrier phase range). В сущности, это псевдодальности. Однако, обычно термин псевдодальность применяют к кодовым измерениям. Фазовая дальность P отличается от геометрического расстояния R между приемником и спутником на величины d и D , определяемые отличным шкал времени соответственно на спутнике и в приемнике от шкалы системного времени. Геометрическое расстояние R складывается из неизвестной постоянной части $N\lambda$ и измеряемой части dP , исправленной на величины d и D (на рис. 9 исправленное значение dP обозначено как dP'). Поэтому имеем:

$$P = R + d + D = N\lambda + dP,$$

при этом

$$\begin{aligned} dP &= dP' + d + D; \\ dP' &= R - N\lambda. \end{aligned}$$

Определения фазовых дальностей на комбинированных волнах. Использование обеих несущих волн L_1 и L_2 предоставляет дополнительные возможности в разрешении неоднозначности фазовых измерений и устранении влияний внешних факторов. Для каждой из этих волн можно записать:

$$dP_1 = R - N_1\lambda_1 + s_1, \quad dP_2 = R - N_2\lambda_2 + s_2,$$

где s_1 и s_2 учитывают всевозможные искажения дальностей R . Построив линейную комбинацию $\alpha dP_1/\lambda_1 + \beta dP_2/\lambda_2$, получим:

$$dP = R - N\lambda + s,$$

где комбинированные «измеренная» часть дальности, длина волны и неизвестное их число соответственно равны

$$dP_i = (\alpha dP_1/\lambda_1 + \beta dP_2/\lambda_2)\lambda_i;$$

$$\lambda_i = c/(\alpha f_{i1} + \beta f_{i2});$$

$$N_i = (\alpha N_1 + \beta N_2).$$

В табл. 9 указаны α и β для наиболее важных комбинаций волн.

Таблица 9. Комбинированные длины волн в фазовых измерениях

Волна	Частота	α	β	λ , см
λ_1	L1	1	1	19,0
λ_2	L2	0	1	24,4
$\lambda_{раз}$	Разностная	1	-1	86,2
$\lambda_{сум}$	Суммарная	1	1	10,7
$\lambda_{ион}$	Ионосферно-свободная	9	-7	5,4

Комбинированная длина волны $\lambda_{ион}$ – ионосферно-свободная (ionosphere-free). Волна $\lambda_{раз}$ сравнительно большой длины (wide-lane – широкая полоса), образуется разностью частот L1 и L2 и иногда способствует разрешению неоднозначности. Волна $\lambda_{сум}$ (narrow-lane – узкая полоса) составляется суммой частот L1 и L2. Расплатой за получаемые выгоды является то, что в комбинированных волнах, за исключением $\lambda_{сум}$, возрастают шумы в приемниках.

Новые возможности построения комбинированных волн и разрешения неоднозначности возникнут после введения частоты L5. Появятся дополнительные комбинации L1-L5 и L2-L5. Так волна, образованная из разности частот L2 и L5, будет иметь длину 5,861 м, что должно существенно облегчить задачу разрешения неоднозначности фазовых измерений.

Разрешение неоднозначности фазовых измерений. Это одна из наиболее сложных задач. Наметим лишь в общих чертах пути решения этой проблемы.

Один из способов – совместная обработка фазовых и кодовых измерений. Для фазовых дальностей и кодовых псевдодальностей, с учетом их погрешностей ε и δ , можно записать:

$$dP = R - N \cdot \lambda + \varepsilon, P = R + \delta.$$

Образовав их разность, получаем:

$$N = (P - dP - \delta + \varepsilon)/\lambda.$$

Результат вычисления округляется до целого. Погрешность округления должна быть $<0,5$. Следовательно погрешность в разности длин должна быть менее полуволны λ . Если для этого использовать разностные волны длиной 0,862 или 5,861 м, то погрешность в кодовых измерениях должна быть соответственно $<0,43$ и $<2,93$ м.

Другой распространенный способ – использование избыточных фазовых измерений. Все измерения обрабатываются по методу наименьших квадратов, а в число определяемых неизвестных параметров включается и числа неоднозначности N. Причем обра-

ботка ведется на разных комбинированных волнах.

В случаях, когда позиционирование ведется в движении, в начале каким-нибудь способом, например, по измерениям на пунктах с известными координатами, определяются числа неоднозначности N . Затем, продолжая измерения по тем же спутникам, непрерывно фиксируют приращения чисел N , обусловленные изменениями дальностей вследствие движений АП и КА.

Важное значение имеет способ разрешения неоднозначности, основанный на переборе вариантов решений. Для этого, например, по кодовым измерениям определяются приближенные координаты точки местонахождения приемника. От этой точки в направлениях трех координатных осей откладываются значения предельных погрешностей. В пространстве образуется куб. Куб делится на более мелкие кубики. Возможные решения лежат в вершинах этих кубиков. Перебором вариантов в этом пространстве находят наиболее подходящие числа неоднозначности N . Если точное решение лежит в кубе $10 \times 10 \times 10$ м, то, проверяя его через каждый 1 см, получим $1001^3 \approx 10^9$ вариантов. Поэтому переборы ведутся по определенной стратегии с тем, чтобы их число свести к минимуму.

Разработаны специальные функции, которые позволяют упростить и ускорить обработку упомянутых переборов. Фазовая дальность, выраженная в фазовых циклах, равна:

$$\varphi = (R - N\lambda + \varepsilon)/\lambda.$$

Образуем разность:

$$\alpha = \varphi - R/\lambda = -N + \varepsilon/\lambda$$

Используя комплексные переменные ($i^2 = -1$), получаем:

$$\cos 2\pi\alpha + i \sin 2\pi\alpha = e^{i2\pi\alpha} = e^{i2\pi\varepsilon/\lambda} \approx 1$$

Результат следует из того факта, что целое число циклов $2\pi N$ никак не отражается на синусах и косинусах, а погрешности ε полагаются малыми. Для измерений, выполненных по n спутникам и повторенных в m эпохах, можно записать:

$$\sum_m \left| \sum_n e^{i2\pi(\varphi - R/\lambda)} \right| \leq nm$$

При переборах ячеек куба для каждого случая вычисляются упомянутые суммы модулей. Правильным будет то решение, для которого сумма максимальна и наиболее близка к числу nm .

На основе ускоренных решений разработан и получил широкое распространение практически очень важный так называемый способ разрешения неоднозначности «на лету» (On The Fly – OTF).

Контрольные задания и вопросы

1. Чему равна разность фаз местных и принятых от спутника волн в случае идеальных условий измерений?
2. Чему равен доплеровский сдвиг частоты?
3. Что означают Φ и N в формулах фазовых дальностей?
4. Как, какие и для чего образуют комбинированные волны?
5. Что означают числа dP_i и N_i в формулах для комбинированных волн?
6. Какие существуют способы разрешения неоднозначности фазовых измерений?

7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

Определение скорости движущегося в некотором направлении приемника (вектора скорости) – составная часть позиционирования. Вектор скорости движения приемника определяется по радиальным скоростям спутников, т. е. по скоростям изменения расстояний между спутниками и приемником. В свою очередь радиальные скорости определяются по измерениям в приемнике доплеровских сдвигов частот сигналов спутников. Если номинальное значение частоты сигнала в космическом аппарате f , а в приемнике частота принимаемого сигнала f_p , скорость радиоволн c , то скорость изменения расстояния до спутника будет:

$$\dot{R} = (f_p - f)c/f.$$

В каждый текущий момент расстояние от спутника до приемника равно:

$$R_i = \sqrt{(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2 + (Z_i - Z)^2},$$

где X_i, Y_i, Z_i – координаты i -го спутника; X, Y, Z – координаты приемника пользователя. Дифференцируя эту формулу по времени, получаем выражение для упомянутой радиальной скорости:

$$\dot{R}_i = [(X_i - X)(\dot{X}_i - \dot{X}) + (Y_i - Y)(\dot{Y}_i - \dot{Y}) + (Z_i - Z)(\dot{Z}_i - \dot{Z})]/R_i,$$

Эта формула показывает, как взаимосвязаны координаты спутника, координаты приемника, расстояние до спутника и скорости изменения этих величин, помеченные точками над соответствующими буквами.

Определению подлежат скорости изменения каждой координаты приемника, которые определяют вектор его скорости:

$$\dot{V} = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})^T.$$

В действительности все усложняется тем, что в приемнике частота приходящего от спутника сигнала может сравниваться не с ее номинальным значением на орбите, а лишь с той частотой, которую имеет соответствующий сигнал в самом приемнике. Поэтому практически будет определена не радиальная скорость, а радиальная *псевдоскорость*:

$$\dot{P}_i = \dot{R}_i + \Delta\dot{P}_i$$

где сдвиг $\Delta\dot{P}_i$ обусловлен отличием истинной скорости от определяемой псевдоскорости. Он одинаков для всех отслеживаемых данным приемником спутников и входит в уравнения определения вектора скорости в качестве дополнительного неизвестного. Для того чтобы его исключить, и определить скорость \dot{V} движения приемника в заданном направлении, надо знать координаты как минимум четырех спутников, знать скорости изменения этих координат, измерить псевдодальности до этих спутников и псевдоскорости их изменения. Тогда по псевдодальностям будет решена пространственная линейная засечка, найдены координаты приемника, а затем вычислены скорости изме-

нения этих координат и скорость перемещения приемника.

По данным разных источников, в зависимости от используемой аппаратуры, значения скорости определяются с погрешностями от 5 до 20 см/с.

Контрольные задания и вопросы

1. Какая скорость называется радиальной, как ее определяют?
2. Как определяется вектор скорости перемещения приемника пользователя?

8. ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

На пути от спутника до приемного устройства на Земле радиосигнал претерпевает возмущения в ионосфере, нижних слоях атмосферы, особенно в тропосфере, а также вблизи поверхности Земли. Механизмы этих влияний различны.

Влияние ионосферы. Ионосфера простирается примерно на высотах от 50 до 1000 км над поверхностью Земли. В ионосфере содержатся свободные электроны и ионы. Под воздействием радиоволн заряженные частицы приходят в вынужденное колебательное движение. Путь и скорость волн изменяются. Наибольшее влияние оказывают электроны.

Для радиоволн такая среда становится *диспергирующей*. В ней скорость распространения зависит от длины волны. По этой причине не всякой длины волны могут проникнуть через ионосферу в космос. Как видно из рис. 10, окна прозрачности в радиодиапазоне открыты только для волн длиннее 1 см и короче 10 м. В годы минимальной активности Солнца и особенно ночью окно прозрачности может распахнуться для волн большей длины. Миллиметровые волны через атмосферу не проникают.

Спутниковые системы первого поколения TRANSIT и ЦИКАДА использовали несущие волны длиной 2 и 0,75 м. Системы второго поколения ГЛОНАСС и GPS работают на несущих волнах длиной около 0,2 м.

В диспергирующих средах различают фазовую и групповую скорости волн (Долуханов, 1965).

Фазовой скоростью характеризуется скорость продвижения фазы волны. В ионосфере фазовая скорость зависит от частоты колебаний и равна

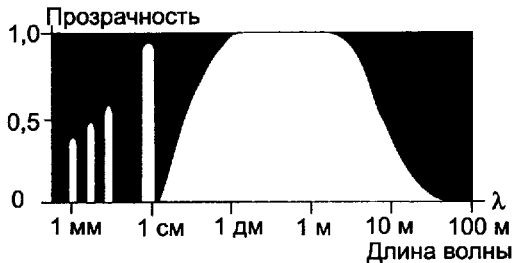
$$v_{\phi} = c/n_{\phi},$$

$$n_{\phi} = (1 - 80,8 \cdot N_e/f^2)^{1/2} \approx 1 - 40,4 \cdot N_e/f^2,$$

где c – скорость волн в вакууме; N_e – число электронов в m^3 ; f – частота в Гц. С фазовой скоростью распространяются немодулированные несущие волны L1 и L2.

Несущие волны, модулированные кодовыми ПСП и сигналами сообщений, имеют сложный частотный спектр. Каждая составляющая спектра распространяется со своей фазовой скоростью. В таких случаях говорят о *групповой скорости*. Групповая скорость v_{π} – это скорость переноса энергии группой волн. Для ионосферы справедливо соотношение:

$$v_{\pi} v_{\phi} = c^2.$$



**Рис. 10. Окна прозрачности
в атмосфере для радиоволн**

Отсюда для фазовой и групповой скоростей имеем:

$$v_{\phi} = c(1 + 40,4 N_e/f^2); \quad v_{гр} = c(1 - 40,4 N_e/f^2).$$

Из этих формул следует, что фазовые и кодовые измерения будут содержать искажения, так называемые задержки в ионосфере, одинаковые по модулю, но противоположные по знаку.

Концентрация электронов зависит от угла возвышения спутника, географического местоположения, времени суток, года и активности Солнца. В средних широтах искажения днем могут достигать десятков метров, ночью – на порядок меньше. Для конкретного сеанса измерений ионосферные погрешности являются медленноменяющимися и сильнокоррелированными.

Важным является то, что задержки в ионосфере зависят от квадрата частоты: их величину можно регулировать выбором длины волны. Так, основная несущая волна L1 в ГЛОНАСС и GPS в десять раз короче, чем в системах первого поколения. Поэтому в современных системах выбором длин радиоволн влияние ионосферы уменьшено практически в сто раз.

В измерения, выполненные на одной частоте, вносят поправки за искажения в ионосфере. С этой целью в навигационном сообщении содержатся параметры модели ионосферы. Однако компенсация фактической задержки в лучшем случае составляет только 50%. Величина некомпенсированной задержки может исказить псевдодальности до 10 м.

Зависимость искажений от частот позволяет исключать их измерением на двух частотах. Действительно. Псевдодальности P_1 и P_2 , полученные на волнах L1 и L2, связаны с геометрической дальностью R формулами:

$$P_1 = R + A/f_{L1}^2, \quad P_2 = R + A/f_{L2}^2.$$

где величина A зависит от концентрации электронов на пути радиолуча:

$$A = \pm 40,4 \int N_e dR.$$

Колесания L1 и L2 порождены одним источником. Их частоты находятся в строгом отношении:

ГЛОНАСС	$f_{L1}/f_{L2} = 9/7$
GPS	$f_{L1}/f_{L2} = 154/120 \approx 9/7$

В общем случае можно записать:

$$\alpha/f_{L1} = \beta/f_{L2}$$

Уравнения для псевдодальностей представим в виде:

$$\alpha^2 P = \alpha^2 R + A\alpha^2/f_{L1}^2, \quad \beta^2 P_2 = \beta^2 R + A\alpha^2/f_{L1}^2.$$

Отсюда получим результат, свободный от искажений:

$$R = (\alpha^2 P_1 - \beta^2 P_2) / (\alpha^2 - \beta^2).$$

В случае фазовых измерений дальность R получают, образовав ионосферно-свободную волну $\lambda_{ион}$ (см. табл. 9):

$$R = dP_{ион} + N_{ион}\lambda_{ион}.$$

Комбинированный результат $dP_{\text{жж}}$ свободен от ионосферных погрешностей.

Влияние нижних слоев атмосферы. В нижних слоях атмосферы скорость распространения радиоволн равна $v = c/n$, где c – скорость в вакууме, n – показатель преломления атмосферы. Показатель n для радиоволн зависит только от метеоусловий и может быть вычислен по формуле Смита и Вейнтрауба:

$$(n - 1)10^6 = A(P + B),$$

где

$$A = 77,6/T; B = 4810 e/T; T = 273,2 + t^{\circ}\text{C};$$

P – атмосферное давление в миллибарах;

e – давление водяных паров (влажность) в миллибарах.

В нижних слоях атмосферы скорость не зависит от длины радиоволны и исключить ее влияние измерениями на двух частотах, как это делалось в отношении ионосферы, невозможно.

Для описания изменений показателя преломления с высотой часто пользуются экспоненциальной моделью:

$$(n - 1) = (n_0 - 1) \cdot \exp(-H/H_m),$$

где n_0 – приземное значение показателя преломления, H_m – так называемый масштаб высоты. По земному шару приземные значения $(n_0 - 1)10^6$ порядка 240–400, а приведенные на уровень моря – порядка 290–390 единиц (Бин, Даттон, 1971). Масштаб высоты $H_m = 6$ –8 км. На высоте $H = 50$ км величины $(n - 1)10^6 \approx 0$.

Международным консультативным комитетом по радиочастотам (МККР) для модели международной стандартной атмосферы приняты значения $(n_0 - 1)10^6 = 289$ и $H_m = 7,35$ км. Они соответствуют большому массиву метеоизмерений, выполненных в разных районах земного шара в разные сезоны и времена года (Андрианов, 1994). При этих параметрах имеем:

H , км	0	1	3	10	20	50
$(n - 1)10^6$	289	252	192	74	19	0,3

В свободном пространстве распространение радиолучей происходит по прямой линии. В земной атмосфере неоднородности показателя преломления приводят к *рефракции* – искривлению траектории луча. Рассмотрим распространение радиолучей в атмосфере из однородных concentрических слоев (рис. 11). Радиус любого сферического слоя равен $r = R_3 + H$; H – высота (толщина) атмосферного слоя; R_3 – радиус Земли. Предполагается, что в пределах каждого слоя показатель преломления n остается постоянным, но уменьшается при переходе к соседнему верхнему слою. На границу слоя радиоволна падает под зенитным расстоянием Z . Траектория радиолуча подчиняется закону Снеллиуса (1580–1626 гг., нидерландский ученый, предложил метод триангуляции).

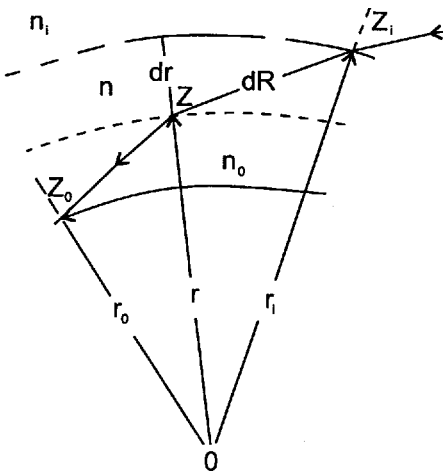


Рис. 11. Распространение радиосигнала в атмосфере из однородных концентрических слоев

ется по всей длине трассы радиолуча от слоя $r_0 = R_3 + H_0$ на высоте приемника H_0 до слоя $r_c = R_3 + H_c$ на высоте спутника H_c . В пустоте $n = 1$ и эйконал равен геометрическому расстоянию R . В атмосфере $n > 1$, поэтому для электрической длины пути от АП до КА имеем:

$$\int n dR = \int_{r_0}^{r_c} n^2 r dr / \sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \sin^2 Z_0}$$

Взяв разность длин реального и геометрического путей, определим искажения дальности $\Delta_{\text{атм}}$. В линейном приближении с учетом того, что $dr = dH$, пишут (Андрианов и др., 1993):

$$\Delta_{\text{атм}} = \int_{H_0}^{H_c} (n - 1)(R_3 + H) dH / \sqrt{(R_3 + H)^2 - R_3^2 \sin^2 Z_0}$$

Влияние атмосферы наименьшее, когда спутник в зените, $Z=0$. Тогда, пренебрегая высотой приемника и учитывая большую высоту КА, для экспоненциальной модели атмосферы получаем:

$$(\Delta_{\text{атм}})_{\text{min}} = (n_0 - 1) \int_0^{\infty} \exp(-H/H_m) dH = (n_0 - 1) H_m$$

По этому закону произведение показателя преломления n на радиус границы слоя r и на синус зенитного расстояния Z , характеризующего угол падения волны, есть величина постоянная:

$$nr \sin Z = n_0 r_0 \sin Z_0 = \text{const.}$$

Индекс ноль относится к точке приема сигналов. Отрезок пути dR в пределах отдельного слоя атмосферы зависит от толщины атмосферного слоя dr и с учетом закона Снеллиуса может быть записан в следующем виде (рис. 11):

$$dR = dr / \cos Z,$$

$$\cos Z = [1 - (n_0 r_0 \sin Z_0 / nr)^2]^{1/2}.$$

Фаза волны, прошедшей через все слои атмосферы, будет отличаться от фазы местных колебаний на величину

$$\varphi = 2\pi f \int n dR / v = (2\pi f / c) \int n dR = (2\pi / \lambda) \int n dR.$$

Интеграл $\int n dR$ называют *электрической длиной пути* или *эйконалом*. Он вычисляется

Для экспоненциальной модели атмосферы с параметрами $H_m = 7350$ м и $(p_0 - 1) = 330 \cdot 10^{-6}$ единиц получаем $\Delta_{\text{атм}} = 2,43$ м.

Разработан ряд формул для поправок за атмосферу. В качестве исходных данных используются метеорологические параметры пункта наблюдений. Одну из них предложил Saastamoinen (King et al., 1987); ее даем в виде:

$$\Delta_{\text{атм}} = 0,002277 [P + (0,05 + 1255/T) e - \text{tg}^2 Z] / \cos Z \text{ (м)}.$$

Приняв давление $P = 1013$ мб, температуру $T = 288^\circ\text{K}$, или 15°C , влажность $e = 10$ мб, получим следующие $\Delta_{\text{атм}}$ в зависимости от зенитных расстояний Z :

Z, град.	0	20	40	60	70	80	85
$\Delta_{\text{атм}}$, м	2,41	2,56	3,14	4,80	7,0	13,4	24,2

При высотах КА над горизонтом менее 10° ($Z > 80^\circ$) атмосферные задержки сигналов превышают 10 м. Поэтому, когда высоты КА $< 10^\circ$, а иногда $< 15\text{--}20^\circ$, наблюдений не проводят.

Формулы поправок за влияние атмосферы дают представление о величинах искажений дальности. На деле применение измеренных на станции метеоданных, за исключением измерений в горах, не дает преимуществ перед использованием моделей стандартной атмосферы. Наоборот – многие исследователи отмечают, что они иногда даже ухудшают результаты; особенно снижается точность определения высот.

Многолучевость. К антенне приходят радиолучи непосредственно от спутника, а также радиолучи, обогнувшие вследствие дифракции мелкие предметы, и отраженные от земной поверхности, зданий и других объектов местности. Многолучевость ведет к искажению дальностей.

Рассмотрим, как влияют отраженные радиолучи (Долуханов, 1965). Допустим, что к приемной антенне подошел прямой радиолуч от спутника и отраженный от поверхности земли. Отраженный луч отличается от прямого по амплитуде и по фазе. Из-за неизбежных потерь при отражении его амплитуда уменьшается пропорционально коэффициенту отражения ρ . Фаза изменяется по двум причинам: во-первых, в результате сдвига фазы при отражении на угол θ и, во-вторых, из-за потери фазы за счет разности хода лучей на величину ΔR . Суммарный сдвиг по фазе равен:

$$\beta = \theta + 2\pi\Delta R/\lambda.$$

Электрическое поле в месте расположения антенны является результатом интерференции обоих лучей (рис. 12). Вектор прямого луча с амплитудой напряженности электрического поля E суммируется с вектором отраженного луча амплитуды ρE , повернутого на угол β . Амплитуда результирующего поля меняется в k раз, а его фаза сдвигается на угол α , где $\text{tg}\alpha = \rho \sin\beta / (1 + \rho \cos\beta)$.

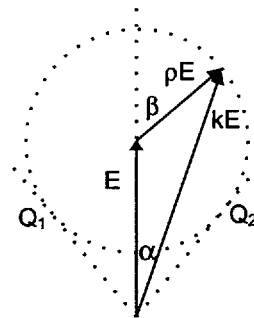


Рис. 12. Векторная диаграмма многолучевости

В итоге измеряемая дальность искажается на величину

$$\Delta_{\text{отрж}} = (\alpha/2\pi)\lambda.$$

Коэффициент отражения ρ и угол сдвига фазы θ зависят от диэлектрической проницаемости и удельной электрической проводимости отражающей поверхности, длины волны, угла, под которым падает луч, и поляризации радиолуча.

Определим разность хода ΔR (рис. 13). Центр антенны расположен в точке С на высоте h . Антенну устанавливают на штативе или шесте, так что ее высота составляет около 1–2,5 м. Ввиду большой удаленности КА падающие лучи можно полагать параллельными. Тогда угол γ , под которым падает луч, и расстояние до точки отражения d соответственно равны:

$$\gamma = 90 - Z \text{ и } d = htgZ,$$

где Z – зенитное расстояние спутника. Наблюдают, когда $Z \leq 80^\circ$, а $\gamma \geq 10^\circ$. Это означает, что при данных высотах h отражения происходят на удалениях от антенны $d \leq 5\text{--}15$ м. В точках А и В расстояния до КА одинаковы. Далее прямому лучу предстоит пройти отрезок BC, а отраженному – отрезок AC. Разность хода равна

$$\Delta R = AC - BC = AC(1 - \cos 2\gamma) = 2AC \sin^2 \gamma = 2hs \sin \gamma.$$

Разность хода ΔR зависит от высоты антенны h и угла γ . Благодаря движению спутника угол γ меняется, что ведет к непрерывным изменениям разности хода ΔR . Вслед за изменениями ΔR меняются угол α и погрешность $\Delta_{\text{отрж}}$. Диапазон колебаний угла $-\pi/4 < \alpha < \pi/4$, зависит от коэффициента отражения ρ и определяется крайними положениями результирующего вектора в точках Q_1 и Q_2 (см. рис. 12). При $\alpha = 0$ фазы прямого и отраженного лучей либо совпадают, либо находятся в противофазе; принимаемый сигнал усиливается или ослабляется и отношение сигнал/шум изменяется. Поэтому колебания отношения сигнал/шум в определенной мере свидетельствует о наличии отражений. Теоретически, если предположить, что одна из вертикальной или горизонтальной составляющих луча с круговой поляризацией находится в противофазе с отраженным лучом, а фаза другой составляющей сдвинута на $\pi/4$, то погрешность из-за многолучевости может приблизиться к четверти длины несущей волны – к 5–6 см при измерениях на волнах L1 и L2.

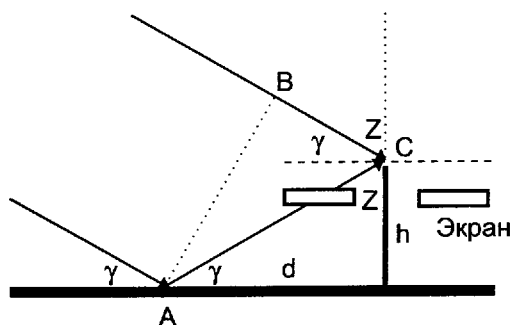


Рис. 13. Разность хода прямого и отраженного лучей; если установлен экран, то он отсекает отраженные от земной поверхности лучи

Очень важно, что погрешности $\Delta_{\text{отрж}}$ во времени меняются периодически. Если наблюдения длятся дольше периода изменения погрешностей, а затем накопленные измерения обрабатывают совместно, то искажения существенно компенсируются.

На рис. 14 приведены графики, показывающие *периодическое* поведение погрешностей $\Delta_{\text{отр}}^{\text{отр}}$ в течение десятиминутного интервала наблюдений. Искажения подсчитаны через 1 мин для высот антенн $h = 1,5$ и $h = 1,95$ м. Предполагалось, что поляризация волн линейная, горизонтальная, $\lambda = 19$ см, а отражения происходят от поверхности пресной воды.

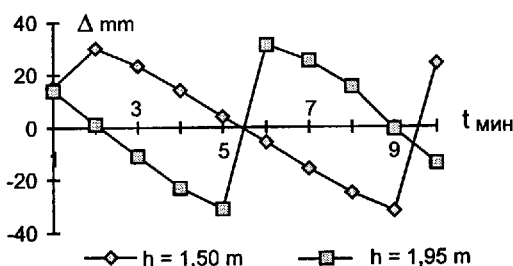


Рис. 14. Графики $\Delta_{\text{отр}}^{\text{отр}}$ при $\lambda = 19$ см

На графиках отчетливо видна периодичность искажений. Амплитуда колебаний $\Delta_{\text{отр}}^{\text{отр}}$ свыше 30 мм. Средние результаты искажены всего на 0 и на 3 мм. Для сухих и влажных почв амплитуда $\Delta_{\text{отр}}^{\text{отр}}$ уменьшится.

Реальная картина несколько сложнее. Радиолуч обладает не линейной, а круговой поляризацией. Поэтому волна, падающая на отражающую поверхность, имеет не только горизонтально, но и вертикально поляризованные составляющие. Отражаясь, они приобретают разные коэффициенты ρ и углы сдвига фазы θ . Кроме того могут иметь место отражения от нескольких препятствий вблизи антенны приемника. Тем не менее, в фазовых измерениях реальная картина близка к рассмотренной: искажения из-за многолучевости достигают нескольких сантиметров, период их колебаний около 10 мин, а при продолжительных наблюдениях происходит их хорошая компенсация (King et al, 1987).

Влияние многолучевости на кодовые измерения более значительны; их оценивают погрешностями в несколько метров. В *геодезических антеннах* устанавливают металлические экраны, отсекающие отраженные от земной поверхности лучи (см. рис. 13). В современных приемниках применяются также технологии подавления многолучевости.

Препятствия на пути сигналов. Из физики известно, что дифракция, огибание предметов, заметно проявляется, когда размеры препятствия соизмеримы с длиной волны. В данном случае длины несущих волн около 2 дм. Мелкие предметы волны обогнут, но здания и листвою покрытые деревья на пути радиолуча приведут к срыву фазовых измерений. Нетрудно подсчитать, на каком удалении от антенны не должно быть препятствий. Из рис. 15 имеем:

$$l = D \operatorname{tg} v + h,$$

где h – высота центра антенны; v – угол наклона радиолуча; D – расстояние до препятствия; l – высота препятствия. По этой формуле можно оценить, в каком радиусе вокруг приемника пространство должно быть свободным от препятствий. В табличке ниже приведен расчет допустимых дальностей до препятствий при заданных высотах препятствий, высотах антенны и углах возвышения спутника над горизонтом $v > 10^\circ$. Как видно из таблицы, при установке антенны на штативе и высотах препятствий до 5 м, пространство в радиусе 20 м вокруг антенны должно быть свободным от таких препятствий.

Высота антенны, м	1,5	2,5
Высота препятствия, м	5	20
Допустимая дальность, м	20	100

В фазовом методе в измерениях участвует каждая волна, и метод весьма чувствителен к срывам сигналов. При кодовых измерениях картина несколько иная. Сигналы имеют довольно широкий частотный спектр. В GPS один символ C/A-кода вмещает свыше полутора тысяч несущих волн L1. Его принять легче. Наблюдения возможны даже под кронами деревьев.

Работе могут помешать мощные радиолокационные и телевизионные передающие станции, если они расположены ближе полукилометра.

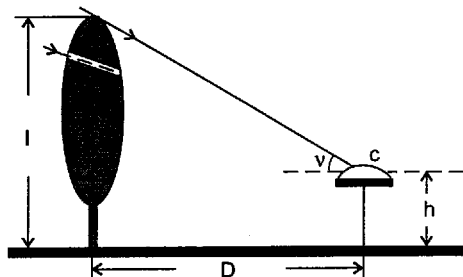


Рис. 15. Препятствия на пути радиосигналов

Контрольные задания и вопросы

1. Какие искажения претерпевает сигнал на пути от передатчика КА до приемного устройства АП?
2. Какие среды называют диспергирующими?
3. Что характеризует фазовая скорость радиоволн?
4. Что характеризует групповая скорость радиоволн?
5. От чего зависят ионосферные искажения? Их величина?
6. Длина волны L1 в ГЛОНАСС и GPS на порядок короче, чем в системах первого поколения, что это дает?
7. Почему измеряют на двух когерентных волнах L1 и L2?
8. Чем определяется скорость радиоволн в тропосфере?
9. В каких пределах изменяется показатель преломления в приземном слое атмосферы? Как он меняется с высотой?
10. Сформулируйте закон Снеллиуса для атмосферы из однородных концентрических слоев.
11. Объясните явление рефракции радиоволн.
12. В каких пределах изменяются атмосферные задержки радиосигналов?
13. Почему не наблюдают КА ниже 10° над горизонтом?
14. Что происходит с волной при отражении от земной поверхности?
15. Что происходит при интерференции прямого луча с отраженным?
16. На каком удалении от антенны возникают отражения?
17. Как изменяются искажения из-за многолучевости при движении спутника?

18. Как влияет на отражения высота антенны?

19. Высота антенны 1,5 м, высота зданий 30 м. На каком удалении здания не будут препятствовать прохождению сигналов?

20. Как влияют препятствия на фазовые и на кодовые измерения?

9. АППАРАТУРА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ

Комплект аппаратуры. Комплект аппаратуры пользователей зависит от его назначения. В простейшем случае – миниатюрный приемник по размерам не больше наручных часов (Сакун, 1999) (см. рис. 16). Чем точнее работы, тем сложнее аппаратура. Наиболее совершенные приемные системы применяют в геодезических целях. Комплект АП для геодезических целей включает антенну, приемник, контроллер (управляющее устройство), блок питания (для зарядки аккумуляторов и работы от сети), аккумуляторы или батареи, кабели, штативы, вешку для установки антенны, рулетку или специальное приспособление для измерения высоты антенны, станковый рюкзак для приемника, упаковочные сумки, чехлы и прочее оснащение. Для обработки измерений обязателен персональный компьютер с соответствующим программным обеспечением. АП интенсивно развиваются в направлении совершенствования электронной и информационной частей, существенного уменьшения массы и габаритов.

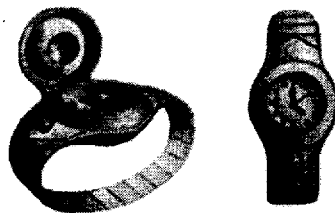


Рис. 16. Миниатюрный GPS-приемник

Антенные устройства. Антенна может быть встроена в приемник или использоваться в виде выносного модуля, соединяемого с ним специальным кабелем. Антенны применяют:

- одночастотные, настроенные на частоту L1;
- двухчастотные, принимающие частоты L1 и L2.

В геодезической аппаратуре получили распространение микрополосковые плоские спиральные антенны (Салищев, 1995). Такие антенны обеспечивают прием волн круговой поляризации. Их изготавливают нанесением печатным способом проводника на диэлектрик. Антенны технологичны в изготовлении, легки и компактны, защищены обтекателем, приспособлены для установки на штативе или вешке. Для отсека reflections к ним может быть прикреплен плоский металлический экран (рис. 17).

Для измерений по фазе несущей волны важное значение имеет *фазовая характеристика* антенны. Фазовая характеристика идеальной антенны представляет собой полусфе-

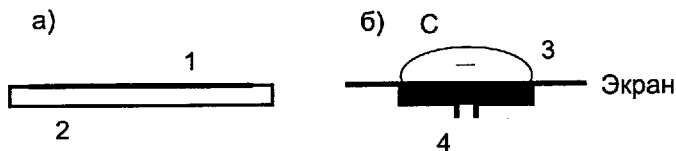


Рис. 17. Микрополосковые антенны: а) проводник 1 нанесен на диэлектрик 2; б) антенный блок с обтекателем 3, экраном и гнездом 4 для крепления на штативе или вешке, С – фазовый центр

ру: с какой бы стороны не приходила радиоволна, в антенне задержка по фазе будет одинаковой. В реальной антенне задержки по фазе зависят от направления на спутник. В заводских условиях определяют зависимость параметров антенны от азимутов направлений. Чтобы заводская характеристика соответствовала условиям измерений, на антенну наносят указатель на Север, по которому ее ориентируют относительно стран света. На станции все измерения отнесены к одной точке антенны – к ее фазовому центру.

Классификация приемных систем. По устройству приемники настолько сложны, что иногда их именуют приемными системами. Все приемники являются многоканальными с числом каналов от 6 и более. Каждый канал следит за своим спутником. При измерениях проблемой является срыв сигналов в тени зданий и других объектов. Эти трудности легче преодолеть, измеряя многоканальными приемниками: чем больше каналов, тем легче найти необходимое количество видимых спутников и избежать срывов (Cannon, 1994). Приемники можно разделить на:

- односистемные, ориентированные на прием сигналов одной системы, главным образом GPS;
- двухсистемные, принимающие сигналы как ГЛОНАСС, так и GPS.

По видам принимаемых и обрабатываемых сигналов приемники делятся на:

- кодовые, одночастотные, работающие по C/A-коду;
- кодовые двухчастотные, ориентированные прежде всего на работу с P-кодом;
- кодово-фазовые одночастотные, применяющие дальномерный C/A-код и фазовые измерения только на частоте L1;
- кодово-фазовые двухчастотные, использующие дальномерные коды и фазовые измерения на частотах L1 и L2.

Кодовые приемники легки, компактны, умещаются на ладони (handheld). В одном корпусе совмещены все блоки (антенна, сам приемник, питание). По функциональным возможностям они все менее и менее различаются. Кроме определения трехмерного положения, как правило, вычисляют скорость и направление движения. Выдают координаты в различных форматах (широты, долготы, высоты, плоские координаты в разных проекциях и др.). Приспособлены к накоплению и хранению результатов измерений. Пользователь снимает отсчеты по подсвечиваемому экрану, определяет расстояние, азимут и время прибытия к цели, на многих из них видит карту маршрута и свое положение на ней. Могут иметь порты для подключения к компьютерам для обработки измерений. После снятия режима SA (селективного доступа) они стали основными приборами местоопределения в различных географических, геологических и других работах.

Кодово-фазовые приемники малогабаритны, обычно оснащены отдельной антенной, имеют мощные накопители данных. В некоторых конструкциях внутренняя память до 100 Мб и более, а число каналов достигает 40. Все они снабжены портами для интеграции с другой аппаратурой, питаются в основном от аккумуляторов. Нередко клавиатура с дисплеем установлена на вспомогательном устройстве – контроллере, которое пользователь держит в руке, при измерениях вводит необходимые команды, такие как имя точки, высота антенны, погодные условия и др.

Иногда, главным образом фирмами распространителями, применяется классификация приемных систем по назначению:

- навигация – автомобильный, морской, авиационный транспорт;
- геодезия – геодезические сети, топографические съемки, прикладные работы;
- ГИС – сбор и анализ данных для географических информационных систем;
- телекоммуникация – мобильная связь;
- диспетчерская работа – служба пожарных, полиции, скорой медицинской помощи, перевозки грузов и др.;
- военное назначение.

В настоящее время в мире производством спутниковых приемников занято более 400 фирм. Практически распространение в России получили приемники GPS фирм Ashtech, Garmin, Карл Цейс, Leica, Magellan (в январе 1998 г. Ashtech и Magellan объединились), TPS (Topcon Positioning System), Trimble и др.

Значительный интерес вызывают совмещенные GPS/ГЛОНАСС приемники. Объявлялись в печати такого типа российские приемники «Бриз» (14 каналов), МЗК-14 (18 каналов), приемники фирм Trimble 4000 SGL (18 каналов), Ashtech GG-24 (24 канала) и ряд приемников фирмы TPS. Все приемники TPS базируются на одной технологии. Перезагрузкой программного обеспечения одночастотный приемник может быть переведен в двухчастотный двухсистемный; кроме того, с момента обещанного введения гражданского кода на частоте L2 он также будет обрабатываться (Контарук, 2000).

Функции приемных систем. Выполняемые функции зависят от типа приемников. В общем случае кодово-фазовые приемники выполняют следующие функции:

- генерирование местных эталонных колебаний, опорных сигналов для частотных преобразований и измерений, дальномерных кодов;
- поиск, усиление и разделение сигналов, принадлежащих разным КА;
- фильтрация сигналов с целью ослабления помех;
- демодуляция несущих сигналов с целью выделения спутниковых сообщений, меток времени и кодовых ПСП;
- слежение за частотой, фазой, кодовыми сигналами, измерение псевдодальностей по каждому КА;
- аналого-цифровое преобразование данных;
- прием установочных параметров и маркеров, фиксирующих внешние события;
- выполнение необходимых оперативных расчетов;
- выдача соответствующей информации об установочных параметрах, некоторых результатах измерений, о наличии, состоянии и расположении спутников, о текущем времени и др.;
- синхронизация с внешними устройствами;
- прием поправок (при помощи дополнительного радиоканала) в псевдодальности от внешнего передающего устройства;
- генерирование поправок в псевдодальности для передачи по дополнительному радиоканалу на другие приемники;

- хранение принятой и накапливаемой информации;
- сброс накопленных данных в персональные компьютеры для их дальнейшей обработки.

Местный эталон частоты. В каждом приемнике важнейшей частью является генератор основных колебаний – местный эталон частоты и времени. От его качества во многом зависит точность определений координат, масса, габариты и надежность аппаратуры. С его помощью вырабатываются опорные сигналы, необходимые для частотных преобразований и измерений. Стабилизация частоты этого генератора достигается введением в колебательный контур кварцевой пластинки. Однако, кварцевые генераторы по стабильности на несколько порядков хуже атомных, установленных на спутниках.

Аналоговая и цифровая обработка сигналов. В электрических цепях приемников любым данным информации соответствуют аналоги в виде токов и напряжений. *Аналоговая обработка* означает, что все операции: усиление, сложение, умножение, деление, дифференцирование, интегрирование и т. п., проводятся над аналогами данных – токами и напряжениями. Для этого служат специальные радиотехнические схемы, достигшие высокой степени совершенства. Аналоговой обработке присущи трудности, связанные с обработкой и хранением данных.

Наряду с аналоговой имеет место *цифровая обработка*. В ходе аналого-цифрового преобразования непрерывная функция времени $u(t)$, описывающая токи и напряжения, заменяется дискретными значениями $u(t_1)$, $u(t_2)$, ..., $u(t_i)$, снятыми в моменты t_1 , t_2 , ..., t_i и переведенными в цифровую форму. Цифровая обработка имеет ряд преимуществ по сравнению с аналоговой: повышается стабильность, точность и оперативность работы, решается вопрос о хранении данных, их перекачки в компьютер и сочленении приемной аппаратуры с другими устройствами, например, с ГИС.

Контрольные задания и вопросы

1. Что входит в комплект АП?
2. Что из себя представляют микрополосковые антенны?
3. Что такое фазовый центр антенны?
4. Для чего антенну центрируют, измеряют высоту фазового центра и ориентируют относительно стран света?
5. Как классифицируют приемники?
6. Какие функции выполняет кодово-фазовый приемник?
7. Какое назначение местного генератора эталонной частоты, для чего стабилизируют частоту его колебаний?
8. Чем отличается цифровая обработка от аналоговой?

10. СПОСОБЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Классификации способов позиционирования. Существует несколько подходов к классификации. В одном случае все способы делят на *абсолютный* (один способ) и *относительные (дифференциальные)* (Генике, Побединский, 1999; др.). В основе такой классификации лежат два очевидных обстоятельства: 1) число используемых приемников (в абсолютном один приемник, в относительных – минимум два); 2) в абсолютном используются «необработанные» измерения, в дифференциальных – из регистрируемых величин формируются те или иные разности. В другом случае выделяются способы: *автономный, дифференциальные* (режимы DGPS и PDGPS) и *относительные* (варианты статики и кинематики) (Шленхардт, 1999).

Очевидно, под абсолютными (безотносительными) следует понимать те способы, в которых по измеренным величинам возможно вычислить полные значения геоцентрических координат, а под относительными – те, когда по измерениям можно вычислить лишь приращения координат – пространственные базовые векторы, соединяющие пункты наблюдений. Поэтому с определенной долей условности дадим следующее деление:

- абсолютные (безотносительные) способы определения геоцентрических координат:
 - автономный (autonomous);
 - дифференциальные:
 - кодовые определения (DGPS);
 - фазовые определения (PDGPS);
- относительные способы определения пространственных векторов – базовых линий (relative, baselines):
 - статические:
 - ускоренная статика (fast, rapid statics);
 - псевдостатика (pseudostatics, reoccupation);
 - кинематические (kinematics):
 - непрерывная (continuous), постобработка;
 - «стой и иди» («Stop and Go»), постобработка;
 - реального времени (Real Time K – RTK).

Точность способов существенно различна: от долей сантиметра до нескольких десятков метров. Наибольшую точность обеспечивают дифференциальные и относительные способы. В их основе лежит предположение, что измерения с двух станций до спутника искажены примерно одинаково. Чем станции ближе друг к другу, тем правильнее это утверждение.

Автономное определение координат. Автономно координаты определяют пространственной линейной засечкой по кодовым псевдодальностям, измеренным до четырех и большего числа спутников. Способ *автономный* в том смысле, что наблюдатель определяет местонахождение независимо от измерений на других станциях. Способ чувствителен к любым искажениям. Ориентировочные значения СКП в дальностях, из-

Таблица 10. Источники погрешностей в кодовых дальностях

Источник погрешностей	СКП, м
КА – нестабильность частоты, уход шкалы времени	1–2
КА – эфемериды	1–2
Атмосфера – задержки в верхних и нижних слоях	5–7
АП – нестабильность частоты, уход шкалы времени, шумы, многолучевость	2
SA – избирательный доступ	10

меренных одночастотным кодовым приемником до отключения режима селективного доступа, даны в табл. 10. СКП определения псевдодальности составляла 10–13 м. Необходимо учесть так называемый геометрический фактор ГФ, о нем подробнее будет сказано ниже, из-за которого точность в положении пункта ухудшается в 2–4 раза или более. Поэтому СКП определения плановых координат составляло ~40–50 м.

После отключения режима SA точность кодовых измерений повысилась до 3–8 м, а точность абсолютного позиционирования – до 5–10 м (Глотов, Мудрак, 2000). Летом 2000 г. под Москвой выполнены измерения кодовым приемником GPS Blazer 12 Magellan на пунктах геодезической сети. Число видимых спутников колебалось от 6 до 8, а ГФ – 2. На каждом пункте вычислялось средние из 5 фиксаций. Затем по результатам измерений и данным геодезической сети вычислены расстояния между соответствующими пунктами (табл. 11). Получено для расхождений расстояний СКП = 4,3 м. Точность определения местоположения отдельного пункта оценивается СКП = 3,0 м.

При однократных замерах для координат следует принять СКП ~7,5 м. Предельная погрешность будет в 2–3 раза больше и составит соответственно ± 15 –22 м, а при $\text{ГФ} > 2$ – ± 15 –30 м.

Точность автономного позиционирования повышают продолжительными (до 10–15 минут) наблюдениями на точке и совместной обработкой всех измерений. Эффективен способ обработки ряда измерений, когда учитываются изменения

Таблица 11. Определение длин линий кодовым приемником

Опорные пункты	Разность расстояний (м)	Опорные пункты	Разность расстояний (м)
МГ – М	-3,2	М – т. 1	+1,4
Л – Д	+1,5	т. 1 – т. 2	+4,2
О – С	-2,4	т. 2 – т. 3	+0,6
А – Д	+1,4	т. 3 – т. 4	-1,1
А – Ал	-7,8	т. 4 – т. 5	-0,3
О – П	-5,1	т. 5 – т. 6	-1,4
А – Л	+9,4	т. 6 – МГ	+6,3

псевдо-дальностей на основе замеров доплеровских смещений несущих частот. По этим замерам определяются скорости изменения псевдодальностей и вычисляются их приращения на данном интервале времени. Измеренные псевдодальности исправляются поправками и этим приводятся к единому моменту измерений. После этого все результаты усредняются. Такой путь лучше простого усреднения тем, что он учитывает реальные изменения псевдодальностей от приемника до спутника (Липкин, 2001).

Точность двухчастотных кодовых приемников значительно выше, так как из измерений исключаются ионосферные задержки. По данным наблюдений на непрерывно действующей базовой станции Службы береговой охраны США до отключения режима SA радиус разброса ошибок при определении координат составлял 45 м, а после отключения на порядок меньше – 4 м; использовался двухчастотный приемник Ashtech Z-12, измерения псевдодальностей выполнялись на обеих частотах L1 и L2 с учетом поправок за влияние ионосферы (Грошев, Аршава, 2000).

Высоты при абсолютном позиционировании кодовыми приемниками определяются очень грубо. Это их существенный недостаток. В настоящее время, чтобы заполнить эту брешь, для определения высот и построения профилей местности в кодовые приемники встраивают барометрические высотомеры. Например, таким является приемник Garmin eTrex Summit.

Таблицы 10–11 содержат оценки случайных погрешностей. Систематические составляющие, обусловленные главным образом задержками сигналов в АП, исключаются. Для этого псевдодальности измеряют как минимум до 4 спутников и определяют 4 параметра – 3 координаты станции и искажения на ней. Двухсистемными приемниками типа GG 24 Ashtech наблюдают минимум 5 ИСЗ и вычисляют 5 неизвестных – 3 координаты станции и аппаратурные задержки в измерениях до спутников GPS и до спутников ГЛОНАСС.

Дифференциальный способ. В дифференциальном способе, в отличие от автономного, измерения одновременно выполняются двумя приемниками. В приемниках должна быть предусмотрена возможность реализации дифференциального режима. Один приемник ставится на пункте с известными координатами. Эту станцию называют *базовой, референц-станцией* (base or reference station), опорной или контрольно-корректирующей. Другой приемник, *подвижный* (rover), размещается над определяемой точкой. Поскольку координаты базовой станции известны, то их можно использовать для сравнения с вновь определяемыми и находить на этой основе поправки для подвижной станции. Существует несколько способов коррекции. При кодовых измерениях поправки могут вводиться как в псевдодальности, так и в координаты. В первом случае измеренные на базовой станции псевдодальности сравнивают с расстояниями, вычисленными по известным координатам спутника и станции, и определяют их разности. Эти разности, так называемые *дифференциальные поправки* (differential corrections), передаются на мобильную станцию, на-

пример, при помощи дополнительной радиосвязи (радиомодема). Мобильная станция, получив дифференциальные поправки, исправляет свои измеренные псевдодальности и по ним вычисляет координаты. В другом способе референц-станция вычисляет разности между известными координатами и определенными в автономном режиме, и ими исправляются координаты на подвижной станции. При этом важно, чтобы оба приемника измеряли псевдодальности до одних и тех же спутников. Поправки могут вводиться и в режиме *постобработки* – при обработке после измерений.

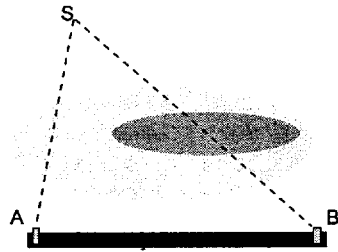


Рис. 18. Различное влияние атмосферы на трассах SA и SB

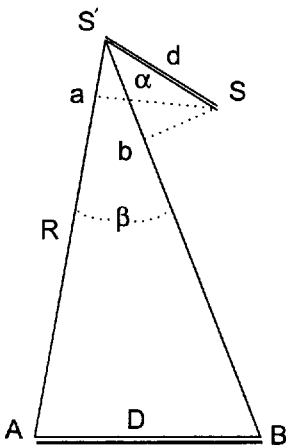


Рис. 19. Влияние погрешностей в эфемеридах КА

В дифференциальном способе задержки в приемнике пользователя исключаются таким же путем, как и в автономном режиме – по наблюдениям 4 и более спутников. Что касается других систематических погрешностей, то полагается, что они устраняются поправками, так как на каждой станции практически одинаково влияют на измерения.

В самом деле. Если включен режим SA, то вносимые им погрешности на каждой станции будут примерно одинаковы и после коррекции на подвижной станции они будут устранены.

Воздействия атмосферы на разных линиях могут несколько различаться по причинам: а) разные длины трасс и б) локальные неоднородности на трассах (рис. 18). Когда расстояние между станциями < 10 км, искажения на обеих трассах практически одинаковы.

Рассмотрим, как влияют погрешности в координатах спутников (эфемеридах). На рис. 19 S – истинное положение спутника, S' – фиктивное, соответствующее принятым координатам. Их смещение $SS' = d$. Расстояние между станциями $AB = D$. На рис. 19 не выдержан вертикальный масштаб; в действительности $d \ll D$, а $D \ll R$. Соответственно дальности, вычисленные до станций A и B, искажены на малые величины:

$$aS' = d \cdot \cos(\alpha + \beta) \text{ и } bS' = d \cdot \cos(\alpha).$$

Угол β мал. Приближенно $\beta \approx D/R$. Тогда разность искажений

$$\Delta R = bS' - aS' = 2d \sin(\beta/2) \cdot \sin(\alpha + \beta/2) \approx d\beta \sin(\alpha),$$

$$\Delta R = dD \sin(\alpha)/R.$$

При $d = 2$ м, $R = 20\,000$ км и $\sin(\alpha) = 1$ получаем

$$\Delta R_{\text{мм}} = 0,1 D_{\text{км}}$$

В формуле дальность D дана в километрах, а разность ΔR – в миллиметрах. Например, если расстояние между станциями 10 км, то разница в искажениях дальностей до одной и до другой станции составит всего 1 мм. Погрешности в эфемеридах в значительной мере исключаются.

Точность дифференциального позиционирования зависит от приемников, программного обеспечения и колеблется от первых дециметров до нескольких метров. Дифференциальное позиционирование на основе кодовых измерений точности $-5-7$ м после отключения селективного доступа теряет свою ценность, ибо примерно такая же точность обеспечивается автономным позиционированием.

Дифференциальные коррекции применяются и к фазовым измерениям. Здесь также существуют два варианта передачи поправок: в форме необработанных измерений фазы и в форме поправки к фазе несущей. Коррекции к фазовым дальностям повышают точность до уровня $1-5$ см (PDGPS).

Радиотехническая комиссия по морской службе RTCM (Radio Technical Commission for Maritime Services) образовала специальный комитет SC-104, который разрабатывает вопросы, связанные с передачей дифференциальных поправок. Поправки передаются в формате RTCM SC 104 v. 2.2 с разными номерами сообщений. В качестве примеров ниже в табл. 12 указаны номера форматов некоторых сообщений.

Геодезические приемники обычно имеют вход, позволяющий принимать в форматах RTCM SC-104 поправки в псевдодальности по каждому спутнику. Наличие RTCM-выхода, в свою очередь, дает возможность использовать приемник в качестве базового для генерирования и трансляции по дополнительному цифровому радиоканалу поправок на другие приемники.

Для передачи дифференциальных поправок используется средневолновый (275–2000 кГц) и УКВ (390–1550 МГц и 3–300 ГГц) радиоканалы.

Существуют сотни базовых станций, расположенных в разных странах мира, которые в своих прибрежных зонах передают дифференциальные коррекции в стандартном международном формате RTCM SC-104. Эти станции являются собственностью разных

Таблица 12. Номера сообщений формата RTCM SC-104 v. 2.2 (1994)

Номер сообщения	Назначение формата
1	Поправки в псевдодальности
3	Координаты базовой станции
10	Поправки в псевдодальности P-кода
18	Неисправленная фаза несущей
19	Неисправленные псевдодальности
20	Поправки к фазе несущей
21	Поправки в псевдодальности с информацией о многолучевости на базовой станции

организаций и предлагают поправки свободно или за плату. В ряде стран созданы сети постоянно действующих базовых станций. Например, работают в Германии 5, Нидерландах 5, Финляндии 11, Швеции 21 станция. В России также начато создание таких станций. С 1998 г. действует бесплатная открытого пользования DGPS станция под Санкт-Петербургом. Она передает дифференциальные поправки в международном формате на частоте 298,5 кГц на расстояния до 150 км на суше и до 300 км на море. Опытная базовая станция действует в Москве на территории ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова. Доступ к ней можно получить через сеть Интернет.

В мире действуют различные навигационные дифференциальные подсистемы (ДПС). Их условно подразделяют на локальные, региональные и широкозонные или глобальные. Локальные ДПС имеют зону действия в радиусе 50–200 км от контрольно-корректирующей станции (ККС). Точность определения текущего местоположения: от 2 до 4,5 м. К локальным относят также геодезические ДПС с дальностью до 50 км и с дециметрово-сантиметровой точностью.

Рабочая зона региональных ДПС простирается от 400–500 до 2000 км. Они могут иметь одну или несколько ККС. Примером является ДПС Startfix с дальностью действия свыше 2000 км, с 60 наземными ККС и четырьмя спутниками. Заявленная точность 1–2 м на дальностях до 1000 км и 3 м на дальностях свыше 2000 км.

Основой широкозонных ДПС является сеть ККС, передающих информацию в центр управления для их совместной обработки. Размер зоны около 5000 км. Широкозонной ДПС GPS и ГЛОНАСС является, например, система EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service). Корректирующая информация будет передаваться потребителям через геостационарные спутники AORE (Atlantic Ocean Region East) – 15,5°з. д. и IOR (Indian Ocean Region) – 64°в. д. Предполагаемая точность определения координат составит 2,5–5 м. Начало развертывания EGNOS – 1998 г., полная готовность будет в 2002 г.

Северо-Американский континент, Северную Атлантику и полосу 30 км над уровнем моря обслуживает ДПС WAAS (Wide Area Augmentation System). GPS сигналы на Земле принимают референц-станции. В 1998 г. их было 24. Предполагается их число довести до 490. Эти сигналы собираются и обрабатываются главными станциями. Их 2, будет 42. Обработанные данные с наземной станции передаются на 3 геостационарных спутника (число спутников будет увеличено до 18). Эти спутники транслируют данные на частоте L1. Пользователь принимает сигналы от GPS и геостационарных спутников.

Японию и Северный Тихий океан обслуживает ДПС MSAS (Multifunctional Transport Satellite Augmentation System).

Примером глобальной ДПС может служить система OmniSTAR. Она использует распределенную по всему миру сеть станций для сбора информации со спутников GPS. Собранные данные передаются в три центра управления, откуда транслируются на борт одного из семи геостационарных спутников. Каждый спутник в пределах своей зоны обслуживания передает дифференциальные поправки пользователям. Пользователи получают поправки по подписке. Имеются два варианта подписки. Один вариант – подписка Виртуальной базовой станции (Virtual Base Station – VBS). В этом случае на основе

информации от всех станций сбора рассчитывается оптимальная для данного местоположения приемника дифференциальная поправка, и гарантируется субметровая точность. Другой вариант – подписка Виртуальной референцной ячейки (Virtual Reference Cell – VRC). Это более дешевый вариант. Дифференциальная поправка рассчитывается не на любую точку местонахождения приемника, а только на одну указанную пользователем позицию. В настоящее время зона действия OmniSTAR охватывает весь мир, за исключением Гренландии, Канады и большей части России.

Статика. Наиболее ощутимые выгоды от внедрения идеи исключения погрешностей достигнуты в способах относительных измерений. Как и в дифференциальном способе, аппаратуру устанавливают на двух станциях, например А и В. Одну из них также называют базовой или референц-станцией. Никаких коррекций не определяют, а формируют разности из наблюдений на станциях. В статике по разностям, свободным от многих искажений, вычисляют соединяющий эти станции пространственный вектор D:

$$D = (X_b - X_a, Y_b - Y_a, Z_b - Z_a)^T.$$

Базовая станция должна иметь точные координаты, чтобы по измеренным приращениям можно было бы вычислить координаты остальных пунктов геодезической сети.

Благодаря измерению приращений координат и применению фазового метода погрешности в результатах сведены к нескольким сантиметрам. Эти способы являются основными в геодинамических и важнейших геодезических работах.

Наиболее точным и трудоемким является способ статики. Точность статики зависит от продолжительности измерений. Измерения в течение 5 мин обеспечивают дециметровую точность (Саппон, 1994). Обычно продолжительность наблюдений на паре станций составляет около одного часа. За это время происходит накопление измерений, выполняемых через интервалы от 1 с до 5 мин. При отслеживании минимум 5 КА для многих приемных систем характерны следующие значения СКП ($D_{\text{СКП}}$ – расстояние до базовой станции в км):

- в плане $(5 + 1D_{\text{СКП}})$ мм при $D_{\text{СКП}} \leq 10$ км;
- в плане $(5 + 2D_{\text{СКП}})$ мм при $D_{\text{СКП}} > 10$ км;
- по высоте $(10 + 2D_{\text{СКП}})$ мм.

При увеличении продолжительности наблюдений с 1 до 6 ч СКП уменьшается более, чем в 1,5 раза (Kolosovskis, 1995).

Экономически статику целесообразно использовать с двухчастотными приемниками на расстояниях между ними более 10 км; сравнение измерений показывает, что одночастотные приемники по результатам уступают двухчастотным и их целесообразно применять на расстояниях при длинах базовой линии только до 10 км, тем более, что в рамках одиннадцатилетнего цикла солнечной активности предвидится увеличение влияния ионосферы (Шленхардт, 1999).

Меньшую продолжительность наблюдений имеет способ ускоренной статики, где имеет место активный поиск чисел неоднозначности. Главная цель – как можно быстрее разрешить неоднозначность. Время этих измерений согласовано с количеством наблюдаемых спутников. Так, при 5 спутниках наблюдения длятся до 20, а при 6 – до 10

минут. Максимум $D_{\text{ш}} \leq 10$ км.

Еще менее трудоемки наблюдения в разнovidности статики – в методе реокупации (иначе его называют псевдостатикой и даже псевдокинематикой). Подвижный приемник на станции принимает сигналы примерно в течение 10 мин. Затем его переносят на другие пункты. По истечении часа приемник возвращают на прежние пункты и продолжают сбор данных. Таким образом, непрерывность измерений на базовой станции сохраняется, а на подвижной станции они зафиксированы только в начале и в конце часового интервала.

Одновременное наблюдение спутников GPS и ГЛОНАСС позволяет достичь сантиметровой точности в 3–6 раз быстрее.

Кинематика. Для съемочных и других работ, требующих значительных передвижений на местности и сравнительно кратковременных наблюдений на точке, предложен ряд разнovidностей способов кинематического позиционирования. Используют как двухчастотные, так и одночастотные приемники. Измерения начинают со станций А и В, координаты которых и, следовательно, базовый вектор D между ними уже должны быть известны.

Процесс привязки подвижного приемника к базовому вектору называют *инициализацией* (от англ. *initiate* – начать). Ее цель – разрешить неоднозначность на известном базисе D. Применяют несколько способов инициализации.

1. Положение базового вектора известно точнее 5 см. Приемники устанавливают на его концах и наблюдают несколько минут.

2. Базовый вектор неизвестен. Его определяют статическим позиционированием.

3. Применяют способ *перестановки антенн* (Antenna Swapping). Антенну одного приемника устанавливают над пунктом базовой станции, антенну другого – в стороне на 5–10 м. Выполняют измерения. Затем, не трогая треног, антенны меняют местами и вновь выполняют измерения. После этого антенны возвращают на исходные позиции и проводят измерения.

4. Инициализация на лету (On The Fly – OTF).

Инициализацию производят по 4 и более спутникам. После этого производят измерения: работающий приемник перемещают в некоторую другую точку, определяют ее координаты и т. д. Измерения ведут обязательно по одним и тем же спутникам. При перемещении приемник нельзя выключать. В случае потери сигналов спутников вновь применяют OTF или измерения повторяют, начиная с пункта с известными координатами. В практике позиционирования применяют сложные технологические схемы с повторными заходами на определяемые пункты и на пункты с известными координатами (Постоногов, 1994).

Способ непрерывной кинематики позволяет «цифровать» контуры на местности: не останавливаясь перемещаются с приемником по контуру, который через заданные интервалы времени фиксирует координаты.

Способ «стой–иди» предусматривает возможность остановиться на точке, выполнить более длительные измерения, а затем продолжить движение.

В этих способах полевые наблюдения и обработка разделены во времени.

Способ кинематики реального времени (РТК) применяется тогда, когда имеется цифровой радиоканал и данные с базового приемника передаются на подвижный. В реальном времени сегодня почти все работы выполняются только двухчастотными приемниками. При установке приемников на самолете для разрешения неоднозначности способом ОТГ необходимы только L1/L2 приемники; попытки применить одночастотные приемники не были успешными (Husti & Sluiter, 1999).

Ориентировочно точность кинематического позиционирования характеризуется СКП:
 $((10-20) + 2D_{\text{см}})$ мм.

Контрольные задания и вопросы

1. Какие существуют подходы к классификации способов позиционирования?
2. Чем отличаются абсолютные определения от относительных?
3. Перечислите основные источники погрешностей.
4. Почему относительные способы точнее абсолютных?
4. Объясните суть дифференциального способа.
5. Какие существуют разновидности дифференциального способа? Что понимают под DGPS и PDGPS?
6. Объясните суть способов статики.
7. В чем различия способов статики, быстрой статики и реокупации?
8. В чем различия способов непрерывной кинематики, «стой-иди» и РТК?
10. Сопоставьте точностные характеристики известных способов позиционирования.

11. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПРИ АБСОЛЮТНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЯХ

Решение линейной пространственной засечки. В вычислениях используют измеренные псевдодальности

$$P_i = R_i + D_{\Delta i} + e_i \quad (i = 1, \dots, n),$$

где P – псевдодальность; R – геометрическая дальность; $D_{\Delta i}$ – искажения дальности R в пункте наблюдений; e – влияние всех остальных погрешностей, которые в данном случае рассматриваем как случайные; i – текущий номер наблюдаемого спутника, причём $n \geq 4$. Представим искомые координаты в виде:

$$X = X_0 + x, \quad Y = Y_0 + y, \quad Z = Z_0 + z,$$

где X_0, Y_0, Z_0 – известные приближенные значения координат; x, y, z – поправки в приближенные координаты. Именно эти поправки предстоит найти. Геометрическая дальность до i -го спутника

$$R_i = [(X - X_0 - x)^2 + (Y - Y_0 - y)^2 + (Z - Z_0 - z)^2]^{1/2}.$$

Преобразуем данное выражение следующим образом:

$$R_i = R_{\alpha} [1 - 2(ax + by + cz)/R_{\alpha} + (x^2 + y^2 + z^2)/R_{\alpha}^2]^{1/2},$$

где обозначено через

$$R_{\alpha} = [(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2 + (Z_i - Z_0)^2]^{1/2}, \\ a_i = (X_i - X_0)/R_{\alpha}, \quad b_i = (Y_i - Y_0)/R_{\alpha}, \quad c_i = (Z_i - Z_0)/R_{\alpha}.$$

Выражение в квадратных скобках в правой части формулы для R_i разложим в ряд Тейлора, ограничиваясь только линейной частью ряда:

$$[1 - t]^{1/2} = 1 - t/2 + \dots$$

Это сделать возможно: поправки в координаты малые величины и всеми членами, содержащими $x/R_{\alpha}, y/R_{\alpha}, z/R_{\alpha}$ в степенях выше первой, можно пренебречь.

Чтобы ослабить влияния погрешностей e , исправим измеренные псевдодальности поправками v . Поправки будем искать по методу наименьших квадратов. Для простоты рассуждений примем, что все псевдодальности измерены с одинаковой точностью. Решение по МНК выполняется под условием минимума суммы квадратов поправок: $\sum v^2 = \min$.

Тогда для уравнения i -й поправки можно записать:

$$v_i = -ax - by - cz + D_{\Delta i} - l_i,$$

где $l_i = P_i - R_{\alpha}$ зависит от результата измерений P_i .

Выделим матрицы и векторы утолщенными буквами:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} -a_1 & -b_1 & -c_1 & 1 \\ -a_2 & -b_2 & -c_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_n & -b_n & -c_n & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T; \quad \mathbf{U} = (x, y, z, D_{\Delta n})^T; \quad \mathbf{I} = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T.$$

Для системы уравнений поправок имеем:

$$\mathbf{V} = \mathbf{G}\mathbf{U} - \mathbf{I}.$$

Как известно, решение по МНК приводит к условию $\mathbf{G}^T\mathbf{V} = \mathbf{0}$. Отсюда получаем систему нормальных уравнений, решая которую определяем искомые параметры \mathbf{U} :

$$\mathbf{G}^T\mathbf{G}\mathbf{U} = \mathbf{G}^T\mathbf{I} \quad \text{и} \quad \mathbf{U} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^T\mathbf{I}.$$

Обратим внимание на следующее. Матрица \mathbf{G} зависит от приближенных значений координат X_0, Y_0, Z_0 , которые должны быть известны. Поэтому решение линейной засечки по псевдодальностям выполняется последовательными приближениями, уточняющими значения искомых параметров \mathbf{U} .

Геометрический фактор. Система нормальных уравнений имеет решение, если определитель матрицы ее коэффициентов $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$ не равен нулю:

$$\det(\mathbf{G}^T\mathbf{G}) \neq 0.$$

Чем больше определитель отличается от нуля, тем лучше линейная засечка и тем точнее решение. В этом проявляется суть геометрического фактора засечки.

Важно выяснить, при каких обстоятельствах засечка плохая или даже совсем нет решения. Это можно наглядно показать для случая, когда нет избыточных измерений и когда четыре параметра x, y, z и $D_{\text{пл}}$ определяют по наблюдениям только четырех спутников. Тогда

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{G}^T)^{-1} \quad \text{и} \quad \mathbf{U} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{I}.$$

Решения не будет, когда матрица \mathbf{G} вырождена и определитель $\det(\mathbf{G}) = 0$. Посмотрим, когда это произойдет. Допустим, что дальности до спутников одинаковы и все $R_{i0} = R_0$. Как известно, множитель, общий элементам какого-либо столбца (строки), можно вынести за знак определителя. Получаем:

$$\det(\mathbf{G}) = -(1/R_0^3)W,$$

где

$$W = \begin{vmatrix} (X_1 - X_0) & (Y_1 - Y_0) & (Z_1 - Z_0) & 1 \\ (X_2 - X_0) & (Y_2 - Y_0) & (Z_2 - Z_0) & 1 \\ (X_3 - X_0) & (Y_3 - Y_0) & (Z_3 - Z_0) & 1 \\ (X_4 - X_0) & (Y_4 - Y_0) & (Z_4 - Z_0) & 1 \end{vmatrix}$$

В правой части под знаком определителя находятся координаты четырех спутников. Начало счета координат перенесено в определяемый пункт. Как известно, в такой записи определитель W равен шестикратному объему треугольной пирамиды, в вершинах которой расположены эти четыре спутника. Отсюда ясно, что определитель $\det(\mathbf{G})$ тем больше, чем больше объем этой пирамиды. Вероятно, объем будет наибольшим, когда три спутника расположатся в плоскости горизонта в вершинах равностороннего треугольника, в центре которого находится наземная определяемая станция, а четвертый спутник будет в зените над станцией. Практически такой случай невозможен, ибо спутники наблюдают лишь тогда, когда они над горизонтом не ниже 10° .

С другой стороны, $W = 0$ означает, что все четыре спутника лежат в одной плоскости. Однако, не следует забывать, что определитель W записан при допущении, что рассто-

яния от станции до спутников одинаковы. Поэтому в действительности определитель станет равным нулю, когда все КА окажутся в плоскости основания прямого кругового конуса, вершина которого в наблюдаемом пункте. В этом случае линейная засечка решения не имеет. Решение будет тем хуже, а геометрический фактор тем больше, чем ближе спутники к одной плоскости. Практически при наблюдении четырех спутников $1,6 \leq \text{ГФ} < \infty$ (Алексеев, 1993). В измерения следует включать не четыре, а все видимые на допустимой высоте над горизонтом спутники.

Оценка геометрического фактора. Чтобы понять, как вычисляют ГФ, ознакомимся с некоторыми положениями оценки точности измерений при обращении к МНК.

Вектор параметров $\mathbf{U} = (x, y, z, D_m)^T$ вычислен по данным вектора измерений $\mathbf{I} = (I_1, I_2, \dots, I_n)^T$. Его элементы содержат случайные погрешности. Точность вектора характеризует симметричная ковариационная матрица \mathbf{K}_I . Верхняя ее часть имеет вид:

$$\mathbf{K}_I = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & r_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & r_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ & \dots & & \\ & & \sigma^2 & \dots & r_{in}\sigma_i\sigma_n \\ & & & \dots & \\ & & & & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

На главной диагонали расположены дисперсии погрешностей величин I_i . Недиagonalные элементы на пересечении i -й строки (столбца) и j -го столбца (строки) определяют корреляционные связи и коэффициент корреляции r_{ij} погрешностей в величинах I_i и I_j .

Для равноточных и некоррелированных n величин, когда недиagonalные элементы нули, все σ^2 одинаковы и равны дисперсии μ^2 , характеризующей точность измерений псевдодальностей, \mathbf{E} – единичная матрица с n единицами на главной диагонали, ковариационная матрица принимает простой вид:

$$\mathbf{K}_I = \mu^2 \mathbf{E}.$$

В общем случае задача по нахождению ковариационной матрицы может быть сформулирована следующим образом. Случайный вектор \mathbf{Y} (вектор, отягощенный случайными погрешностями) вычисляется через другой случайный вектор \mathbf{I} , ковариационная матрица которого \mathbf{K}_I , по формуле

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{I} + \mathbf{b},$$

где матрица \mathbf{A} и вектор \mathbf{b} имеют постоянные элементы. Тогда ковариационная матрица \mathbf{K}_Y вектора \mathbf{Y} будет иметь вид:

$$\mathbf{K}_Y = \mathbf{A}\mathbf{K}_I\mathbf{A}^T.$$

Для ковариационной матрицы \mathbf{K}_U вектора \mathbf{U} в случае равноточных и некоррелированных измерений получают:

$$\mathbf{K}_U = \mu^2 \mathbf{Q}, \text{ где } \mathbf{Q} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}.$$

Для дисперсии σ^2 i -го элемента вектора \mathbf{U} имеем:

$$\sigma^2 = \mu^2 Q_{ii},$$

где Q_{ii} – диагональный элемент матрицы \mathbf{Q} , расположенный на пересечении ее i -х строки и столбца.

Соответственно для СКП координат x, y, z , являющихся первыми тремя элементами вектора \mathbf{U} , имеем:

$$\sigma_x = \mu\sqrt{Q_{11}}, \quad \sigma_y = \mu\sqrt{Q_{22}}, \quad \sigma_z = \mu\sqrt{Q_{33}}.$$

Точность положения точки в трехмерном пространстве характеризуют средней квадратической погрешностью *положения*, вычисляемой по формуле:

$$\sigma_p = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2} \quad \text{или} \quad \sigma_p = \mu(Q_{11} + Q_{22} + Q_{33})^{1/2}.$$

Пользователя чаще интересует смещение определяемого пункта не в трехмерном пространстве, а на земной поверхности. Если точка сдвигается в трехмерном пространстве по координатным осям на величины x, y, z , то это приводит к изменению геодезических широт, долгот и высот на величины dB, dL, dH и смещению точки вдоль меридиана на отрезок m , перпендикулярно меридиану на отрезок n , а по высоте на величину h . При этом

$$m = (M + H)dB, \quad n = (N + H)\cos B dL, \quad h = dH,$$

где M и N – радиусы кривизны меридиана и первого вертикала земного эллипсоида. Обозначим через $\mathbf{V} = (m, n, h, D_n)^T$. Тогда:

$$\mathbf{V} = \Phi \mathbf{U}.$$

Матрица Φ имеет вид:

$$\Phi = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B & 0 \\ -\sin L & \cos L & 0 & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Формула показывает, как смещения в трехмерном пространстве влияют на сдвиг в горизонтальной плоскости на некоторой высоте H над эллипсоидом. Для ковариационной матрицы Γ вектора \mathbf{V} и дисперсий элементов этого вектора σ^2 получаем:

$$\Gamma = \mu^2 \Phi \mathbf{Q} \Phi^T, \quad \sigma_i^2 = \mu^2 \Gamma_{ii}.$$

Соответственно для СКП смещений вдоль меридиана, перпендикулярно ему и вверх по вертикали имеем:

$$\sigma_m = \mu\sqrt{\Gamma_{11}}, \quad \sigma_n = \mu\sqrt{\Gamma_{22}}, \quad \sigma_h = \mu\sqrt{\Gamma_{33}}.$$

Для СКП положения точки в горизонтальной плоскости и в пространстве получим:

$$\sigma_r = \mu(\Gamma_{11} + \Gamma_{22})^{1/2}, \\ \sigma_p = \mu\sqrt{(\Gamma_{11} + \Gamma_{22} + \Gamma_{33})^{1/2}}.$$

Геометрический фактор определяется отношением:

$$\Gamma\Phi = \sigma_r/\mu.$$

Соответственно тому, какие использованы σ_i , будут определены разные составляющие $\Gamma\Phi$. Обычно оценивают $\Gamma\Phi$ положения точки в пространстве (σ_p), на горизонтальной плоскости (σ_r) и по высоте (σ_h). Часто $\Gamma\Phi$ даются в английской аббревиатуре:

$$\text{GDOP} = (Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + Q_{44})^{1/2} = (\Gamma_{11} + \Gamma_{22} + \Gamma_{33} + \Gamma_{44})^{1/2};$$

$$\text{PDOP} = (Q_{11} + Q_{22} + Q_{33})^{1/2} = (\Gamma_{11} + \Gamma_{22} + \Gamma_{33})^{1/2};$$

$$\text{HDOP} = (\Gamma_{11} + \Gamma_{22})^{1/2}, \quad \text{VDOP} = \sqrt{\Gamma_{33}}, \quad \text{TDOP} = \sqrt{\Gamma_{44}}.$$

DOP (Dilution of Precision) – обозначает уменьшение точности; первые буквы G

(Geometrical – все составляющие), P (Position – положение в пространстве), H (Horizontal – на горизонтальной плоскости), V (Vertical – по высоте), T (Time – во временных задержках) говорят, о каком уменьшении точности идет речь. ГФ становится меньше при наблюдении более 4 спутников.

Основным показателем ГФ является PDOP. Для оценки качества засечки пользуются следующей шкалой:

PDOP	Вербальная оценка
≤ 4	Хорошо
5–7	Удовлетворительно
> 7	Плохо

Распределения геометрического фактора. Изучены частоты ω распределения геометрического фактора на земном шаре (Алексеев, 1993). Моделировали местоопределения в течение суток с интервалом 0,5 ч в точках поверхности Северного полушария, расположенных через 3° по широте и $3^\circ/\cos B$ по долготе. Рельеф учитывали по карте масштаба 1:100 000. Часть результатов исследований отражена на диаграммах (рис. 20). На открытой местности геометрический фактор изменяется в пределах: $1,6 \leq \text{ГФ} < \infty$. Диаграммы (см. рис. 20, а) показывают в процентах возможность позиционирования, когда $\text{ГФ} \leq 4, 7$ и 10 и когда в наличии разное количество КА. Как видно, 24 спутника на открытой местности обеспечивают надежное определение координат. При уменьшении числа спутников до 18 точность падает, а местоопределения при $\text{ГФ} \leq 4$ возможны менее чем в 70% случаев. После отключения половины (12) спутников нарушается непрерывность определений, $\text{ГФ} \geq 10$, местоопределения с высокой точностью становятся невозможными, а в 50% случаев задача не имеет решения.

Надежные определения имеют место при углах закрытия горизонта 10° . С увеличением этих углов точность определений понижается. При углах 30° маловероятны $\text{ГФ} \leq 4$ и определения с высокой точностью практически невозможны; при углах 40° задача решения не имеет (см. рис. 20, б). В горной местности из-за больших углов закрытия горизонта условия позиционирования ухудшаются. Так, точность в Карпатах может снизиться в два-три раза, а на Военно-Грузинской дороге – еще больше (см. рис. 20, в).

На широтах менее 20° и высотах над горизонтом выше 30° имеет место практически нулевая вероятность наблюдений более 4 ИСЗ (Акимов, Кузьмин, 1996).

В GPS обращение спутников синхронно с вращением Земли, поэтому в определенных точках земной поверхности в одно и то же время суток КА создают одинаковый геометрический фактор. Образуются области с пониженными значениями ГФ. Этого недостатка нет в ГЛОНАСС, где выбранная высота орбиты создает непрерывное изменение конфигурации созвездий КА над одним и тем же географическим местом для одного и того же времени, периодически повторяясь через каждые –8 сут (Салищев, 1995).

Совместное использование созвездий ГЛОНАСС и GPS гарантирует как минимум 4 спутника, находящихся над горизонтом выше 30° (Акимов, Кузьмин, 1996).

Дифференциальные поправки в псевдодальности. Поправки формируют на базовой станции А сравнением геометрических дальностей R_A , вычисляемых по координатам наземной станции и i -го спутника, с измеренными псевдодальностями P_A .

$$P_A = R_A + D_{\text{ДЛП}} + d_{\text{КЛ}} + e_A,$$

где $D_{\text{ДЛП}}$, $d_{\text{КЛ}}$, e_A искажения, внесенные соответственно станцией А, спутником i и прочими источниками. Для поправки запишем:

$$\begin{aligned} \Delta P_A &= R_A - P_A = \\ &= -D_{\text{ДЛП}} - d_{\text{КЛ}} - e_A. \end{aligned}$$

Важно, что поправки – малые величины и удобны для трансляции. На станции В исправленная псевдодальность $P_{\text{В}}$ все еще содержит аппаратные задержки и остатки прочих искажений:

$$\begin{aligned} P_{\text{В}} &= P_{\text{В}} + \Delta P_A = \\ &= R_{\text{В}} + (D_{\text{ДЛВ}} - D_{\text{ДЛА}}) + (e_{\text{В}} - e_A). \end{aligned}$$

Для уравнения i -й поправки, как и в случае решения линейной пространственной засечки в автономном режиме (см. начало раздела 11), получим:

$$\begin{aligned} v_i &= -ax - by - cz + \\ &+ (D_{\text{ДЛВ}} - D_{\text{ДЛА}}) - l_i, \end{aligned}$$

где $l_i = P_{\text{В}} - R_{\text{ОВ}}$, $R_{\text{ОВ}}$ – приближенное значение $R_{\text{В}}$, x , y , z – поправки в приближенные координаты станции В. Чтобы найти четыре неизвестные величины – x , y , z и $(D_{\text{ДЛВ}} - D_{\text{ДЛА}})$, нужно отнаблю-

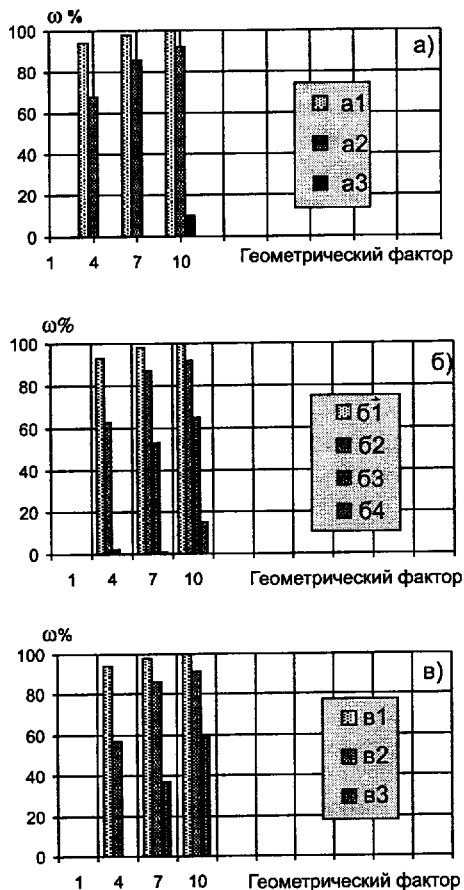


Рис. 20. Распределения геометрического фактора в различных ситуациях позиционирования:

а) на открытой местности при 24 (a1), 18 (a2) и 12 (a3) спутниках; б) для углов закрытия горизонта 10° (b1), 20° (b2), 30° (b3), 40° (b4); в) на дорогах Санкт-Петербург–Кингисепп (v1), Мукачево–Черновцы (v2), Военно-Грузинской (v3)

дать не менее четырех спутников.

Дифференциальные поправки в фазовые дальности. На базовой станции А по наблюдениям i -го спутника определена часть фазовой дальности, которую представим в виде:

$$dP_{Ai} = R_{Ai} - N_{Ai}\lambda + d_{kAi} + D_{АПi} + e_{Ai},$$

где R_{Ai} – геометрическая дальность от станции до спутника; N_{Ai} – неизвестное число неоднозначности; d_{kAi} , $D_{АПi}$, e_{Ai} – искажения, внесенные аппаратурой спутника, наземной станции и прочими источниками. Используя кодовые измерения и геометрические дальности, можно оценить число неоднозначности. Пусть этой оценкой будет целое число K_{Ai} . В общем случае $K_{Ai} \neq N_{Ai}$. Фазовую дальность приближенно можно представить в виде:

$$P'_{Ai} = dP_{Ai} + K_{Ai}\lambda.$$

Тогда для дифференциальной поправки, которая будет малой величиной, получим:

$$\Delta P_{Ai} = R_{Ai} - P'_{Ai} = R_{Ai} - dP_{Ai} - K_{Ai}\lambda.$$

Подставив значение dP_{Ai} , будем иметь:

$$\Delta P_{Ai} = (N_{Ai} - K_{Ai})\lambda - d_{kAi} - D_{АПi} - e_{Ai}$$

На подвижной станции В исправленные результаты измерений $d\bar{P}_{Bi}$ имеют вид:

$$d\bar{P}_{Bi} = dP_{Bi} + \Delta P_{Ai} = R_{Bi} - (N_{Bi} - N_{Ai} + K_{Ai})\lambda + (D_{АПВ} - D_{АПi}) + (e_{Bi} - e_{Ai}).$$

Отсюда для уравнения i -ой поправки получаем:

$$v_i = -ax - by - cz - N_{ABi} + (D_{АПВ} - D_{АПi}) - l_i,$$

где $N_{ABi} = (N_{Bi} - N_{Ai} + K_{Ai})$, $l_i = d\bar{P}_{Bi} - R_{овi}$, $R_{овi}$ – приближенное значение R_{Bi} . Следовательно, предстоит найти поправки x , y , z в приближенные координаты станции В, аппаратурные искажения $(D_{АПВ} - D_{АПi})$ и определить методом ОТФ целое число N_{ABi} .

Контрольные задания и вопросы

1. Как решается пространственная линейная засечка МНК?
2. Какими факторами определяется точность засечки?
3. Что такое геометрический фактор?
4. Когда у засечки наилучшие и наихудшие решения?
5. Что произойдет, если 12 КА выйдут из строя?
6. Почему желательно наблюдать число спутников >4 ?
7. Что характеризуют элементы ковариационной матрицы?
8. Что обозначают сокращения GDOP, PDOP, HDOP, VDOP?
9. Как влияют углы закрытия горизонта на ГФ?

12. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЯХ

Разности фазовых дальностей. В относительных определениях дальности измеряют фазовым методом. Зафиксированную их часть представим в виде:

$$dP = R - N\lambda + d_{ка} + D_{эл} + e,$$

где R – геометрическая дальность от станции до спутника; N – неизвестное число длин несущих волн λ на этой дистанции; $d_{ка}$ и $D_{эл}$ – искажения дальности соответственно на спутнике и в пункте наблюдений; e – влияние остальных источников погрешностей.

Измеренная величина dP содержит неизвестное число N и искажена случайными коррелированными, некоррелированными и систематическими погрешностями. Поэтому в обработке используют *разности* значений dP , измеренных на базовой и определяемой станциях. С этих станций в течение определенного времени в режиме статистики наблюдают ряд спутников (рис. 21).

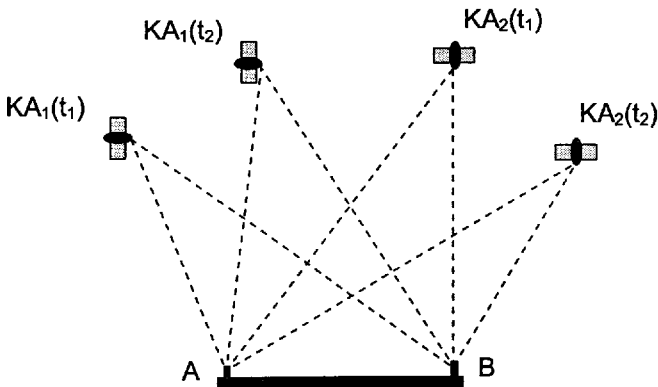


Рис. 21. Наблюдения спутников с двух наземных станций

Из этих измерений образуют разности трех типов: простые, сдвоенные и строенные. Разности практически свободны от большинства погрешностей. По ним легче разрешить неоднозначность. Можно даже совсем исключить из уравнений числа N .

Разности измерений между станциями. Пусть со станций A и B в одно и то же время t : выполнены измерения до спутника KA_1 и получены результаты:

$$dP_{A1} = R_{A1} - N_{A1}\lambda + d_{KA1} + D_{элA} + e_{A1};$$

$$dP_{B1} = R_{B1} - N_{B1}\lambda + d_{KA1} + D_{элB} + e_{B1},$$

где индекс A1 указывает на измерения со станции A до KA_1 , а индекс B1 – на измерения со станции B до KA_1 . В ходе обработки вычисляют разности:

$$P_{(A-B)1} = dP_{A1} - dP_{B1};$$

$$P_{(A-B)1} = (R_{A1} - R_{B1}) - (N_{A1} - N_{B1})\lambda + (D_{элA} - D_{элB}) + e_{(A-B)1}.$$

Это так называемые *первые* или *простые* разности (Single-Difference – SD). Они не содержат искажений аппаратуры спутника d_{ka} . Ослаблены влияния других источников: из разности $e_{(A-B)1}$ в значительной степени исключены атмосферные воздействия и погрешности эфемерид. Чем ближе расположены станции А и В, тем полнее компенсированы искажения.

Разности измерений между спутниками. Предположим, в эпоху t_1 наблюдали не только спутник KA_1 , но и KA_2 . Из этих измерений образованы первые разности:

$$P_{(A-B)1} = (R_{A1} - R_{B1}) - (N_{A1} - N_{B1})\lambda + (D_{A1A} - D_{A1B}) + e_{(A-B)1};$$

$$P_{(A-B)2} = (R_{A2} - R_{B2}) - (N_{A2} - N_{B2})\lambda + (D_{A2A} - D_{A2B}) + e_{(A-B)2}.$$

Из них сформированы *вторые* или *сдвоенные* разности (Double Difference – DD):

$$P_{(A-B)12} = P_{(A-B)1} - P_{(A-B)2},$$

$$P_{(A-B)12} = [(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2})] - N_{AB12}\lambda + e_{(A-B)12},$$

где введено обозначение

$$N_{AB12} = [(N_{A1} - N_{B1}) - (N_{A2} - N_{B2})].$$

Вторые разности свободны как от искажений на спутнике, так и от искажений на наземных станциях. В большой степени скомпенсированы влияния всех остальных источников. Остаточные погрешности $e_{(A-B)12}$ являются почти случайными. Они подлежат фильтрации обработкой по МНК. Числа N_{AB} значительно меньше чисел N_A и N_B , что облегчает разрешение неоднозначности. Вторые разности – основной материал для обработки.

Естественно, наблюдают не два спутника, а все видимые в данную эпоху на допустимых высотах над горизонтом. Если, например, видно шесть спутников (обозначим их номерами), то могут быть образованы разности между первым и каждым последующим спутниками: 1–2, 1–3, 1–4, 1–5 и 1–6.

Разности между эпохами наблюдений. Наблюдениями в одну эпоху не ограничиваются. Пусть выполнены измерения в эпоху t_1 и такие же измерения в эпоху t_2 . В каждую эпоху были сформированы вторые разности:

$$P(t_1)_{(A-B)12} \text{ — в эпоху } t_1;$$

$$P(t_2)_{(A-B)12} \text{ — в эпоху } t_2.$$

Образует *третьи*, иначе *строенные* разности (Triple Difference – TD):

$$P(t_2 - t_1)_{12} = P(t_1)_{(A-B)12} - P(t_2)_{(A-B)12};$$

$$P(t_2 - t_1)_{12} = [(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2})]_2 - [(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2})]_1 + e_{12}.$$

В этих разностях нет чисел N и задача решается *однозначно*.

Чему равны разности дальностей $(R_A - R_B)$? Величины $(R_A - R_B)$ присутствуют в уравнениях выше. Раскроем их.

Векторы R_A и R_B определяют положения станций А и В:

$$R_A = (X_A, Y_A, Z_A)^T; \quad R_B = (X_B, Y_B, Z_B)^T.$$

Пусть базовой будет станция А. Со станцией В она соединена вектором D .

$$D = (D_x, D_y, D_z)^T = (X_B - X_A, Y_B - Y_A, Z_B - Z_A)^T.$$

Введем:

– средний вектор

$$\bar{R}_{AB} = (R_A + R_B) / 2 = (X_{AB}, Y_{AB}, Z_{AB})^T,$$

$$\bar{X}_{AB} = (X_A + X_B)/2, \quad \bar{Y}_{AB} = (Y_A + Y_B)/2, \quad \bar{Z}_{AB} = (Z_A + Z_B)/2;$$

– среднее значение дальности до i -го КА от станций А и В

$$\bar{R}_{ABi} = (R_{Ai} + R_{Bi})/2;$$

– вектор положения i -го спутника

$$R_i = (X_i, Y_i, Z_i)^T.$$

Тогда можно записать:

$$R_A = \bar{R}_{AB} - D/2, \quad R_B = \bar{R}_{AB} + D/2;$$

$$R_{Ai} = R_i - R_A = R_i - \bar{R}_{AB} + D/2;$$

$$R_{Bi} = R_i - R_B = R_i - \bar{R}_{AB} - D/2.$$

Возводя в квадрат, получаем:

$$R_A^2 = R_i^2 + \bar{R}_{AB}^2 + D^2/4 - 2R_i^T \cdot \bar{R}_{AB} + R_i^T D - \bar{R}_{AB}^T D,$$

$$R_B^2 = R_i^2 + \bar{R}_{AB}^2 + D^2/4 - 2R_i^T \cdot \bar{R}_{AB} - R_i^T D + \bar{R}_{AB}^T D.$$

Вычитая из верхнего выражения нижнее, имеем:

$$R_A^2 - R_B^2 = 2(R_i^T - \bar{R}_{AB}^T)D.$$

С другой стороны, справедливо соотношение:

$$R_A^2 - R_B^2 = R_{Ai}^2 - R_{Bi}^2 = 2(R_{Ai} - R_{Bi}) \bar{R}_{ABi}.$$

Приравнявая в двух последних формулах правые стороны, находим:

$$(R_{Ai} - R_{Bi}) = (R_i^T - \bar{R}_{AB}^T)D/\bar{R}_{ABi}.$$

В подробной записи эта формула имеет следующий вид:

$$(R_{Ai} - R_{Bi}) = a_i D_x + b_i D_y + c_i D_z,$$

где обозначено:

$$a_i = (X_i - \bar{X}_{AB}) / \bar{R}_{ABi}, \quad b_i = (Y_i - \bar{Y}_{AB}) / \bar{R}_{ABi}, \quad c_i = (Z_i - \bar{Z}_{AB}) / \bar{R}_{ABi}.$$

Таким образом, разность $(R_{Ai} - R_{Bi})$ зависит от составляющих вектора D и может быть использована для их нахождения.

Для вычисления коэффициентов a_i , b_i , c_i должны быть известны приближенные координаты станций. Погрешности в приближенных координатах на конечном результате сказываются слабо. Так, смещения на 10 м в положении станции изменяют длину база-са менее, чем на 10^{-6} . Приближенные координаты можно определить последовательно: сначала грубо по дальномерным кодам, затем более точно по третьим разностям.

Однако, следует помнить, что для передачи координат на другие пункты, положение базовой станции А должно быть известно точно, ибо погрешности в ее координатах будут систематически сдвигать всю сеть.

Идентичные выражения можно записать для вторых и третьих разностей. Для вторых разностей имеем:

$$(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2}) = \alpha_{12} D_x + \beta_{12} D_y + \gamma_{12} D_z;$$

$$\alpha_{12} = a_1 - a_2, \quad \beta_{12} = b_1 - b_2, \quad \gamma_{12} = c_1 - c_2.$$

Для третьих разностей получаем:

$$[(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2})]_1 - [(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2})]_2 = \kappa_{12} D_x + \xi_{12} D_y + \eta_{12} D_z;$$

$$\kappa_{12} = \alpha_{12}(t_2) - \alpha_{12}(t_1); \quad \xi_{12} = \beta_{12}(t_2) - \beta_{12}(t_1); \quad \eta_{12} = \gamma_{12}(t_2) - \gamma_{12}(t_1).$$

Во всех формулах участвуют координаты определяемых станций. Поэтому рассматриваемые решения выполняют последовательными приближениями. Могут быть десят-

чисел неоднозначности $\mathbf{N} = (N_{12}, \dots, N_{1n})^T$; вектор $\mathbf{P} = (P_{12}, \dots, P_{1n}, \dots)^T$ содержит вторые разности измеренных фазовых дальностей на все эпохи, λ – длина волны. Искомыми являются векторы \mathbf{D} , \mathbf{N} и \mathbf{V} .

Применяя МНК и составляя нормальные уравнения при единичных весах, получим следующие варианты решений:

$$\mathbf{D} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{A}/m)^{-1}(\mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{A}^T\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{P}/m);$$

$$\mathbf{N} = (\mathbf{B}^T\mathbf{A}\mathbf{D} - \mathbf{B}^T\mathbf{P})/(\lambda m);$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}(\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \lambda\mathbf{A}^T\mathbf{B}\mathbf{N}).$$

Из первых двух уравнений найдем вектор \mathbf{N} . В нем каждое число N состоит из целой и дробной частей. Например, $N_{12}=5140,62$; $N_{13}=2868,77$. Если в дальнейшем эти числа использовать без изменений, то из третьего или первого уравнений получим так называемое *плавающее решение* (float). Если после третьих разностей координаты наземных станций не корректировались, то плавающее решение и решение по третьим разностям дадут одни и те же результаты. По своей сути N целые числа. Поэтому найденные из второго уравнения числа N должны быть округлены до целых значений. Так, получим $N_{12} = 5141$, $N_{13} = 2869$ и т. д. Округленные до целых числа N рассматриваются как величины известные, подставляются в третье уравнение и вычисляются составляющие базового вектора \mathbf{D} . При округлениях чисел N могут быть ошибки, поэтому идет подбор таких целых чисел N , при которых минимизируется сумма квадратов поправок $\mathbf{V}\mathbf{V}$. Будет получено так называемое *фиксированное решение* (fixed). Надо использовать только фиксированные решения. Чтобы избежать плавающих решений, рекомендуется повторить обработку или перемерить вектор.

Выделение оптимального решения. Плавающие и фиксированные при разных наборах чисел неоднозначности N решения дадут несколько различающиеся результаты. Эти решения выполняют на несущей волне $L1$ длиной λ_1 . В двухчастотных приемниках дополнительно применяют волну λ_2 и комбинированные волны $\lambda_{ком}$, $\lambda_{ком}$, $\lambda_{ком}$. Из всех решений должно быть выделено одно наилучшее. О качестве результатов и правильности выбора чисел N можно судить по ковариационным матрицам и дисперсиям погрешностей, получаемым в ходе обработки. Для дисперсии погрешностей равноточных измерений μ^2 имеем:

$$\mu^2 = \mathbf{V}\mathbf{V}/r,$$

где r – число избыточных измерений; \mathbf{V} – вектор поправок. Число избыточных данных r равно разности количеств обрабатываемых измерений и определяемых параметров. В простейшем случае для каждого искомого вектора определяемыми являются 3 его составляющие и $p - 1$ неизвестное число N . Поэтому

$$r = m(n - 1) - (n + 2).$$

Чем дисперсии меньше, тем качество измерений выше. Однако μ^2 вычисляют по результатам обработки. Полученные значения являются лишь приближенными оценками дисперсий. Если вычисленные оценки различаются, то это еще не означает, что измерения в самом деле разной точности. Чтобы выяснить, действительно ли эти оценки существенно различны, применяют критерий Фишера:

$$F = \mu_2^2 / \mu_1^2,$$

где индексом 1 помечена наименьшая, а индексом 2 следующая по возрастанию дисперсии. Полагаем, что во всех вариантах решений избыточное количество данных одно и то же.

Критерием пользуются следующим образом. Вычисляется отношение F . По числу r и заданному уровню значимости α из таблиц F -распределения находят число $F_{\text{таб}}$. Если $F > F_{\text{таб}}$, то принимается гипотеза, что действительно $\mu_1^2 < \mu_2^2$ и, следовательно, первый результат лучше второго.

Например, наблюдали $n = 7$ спутников в эпохи $m = 2$ и получили $F = 3,25$. Для числа избыточных данных получаем $r = 3$. По таблицам при уровне значимости $\alpha = 0,05$ находим $F_{\text{таб}} = 9,28$. Таким образом, нет оснований считать, что полученные результаты различаются по точности. В то же время при прежних значениях F и n , но $m = 10$, будет $r = 51$, $F_{\text{таб}} = 1,60$ и гипотеза о превосходстве первого результата перед остальными принимается.

Ниже приводим выдержку из таблиц F -распределения для уровня значимости $\alpha = 0,05$:

r	1	3	10	50	100	200
F	161	9,28	2,97	1,60	1,39	1,26

Уточненные решения статического позиционирования. Выше, чтобы пояснить лишь суть задачи, рассматривались приближенные решения: предполагалось, что остаточные погрешности во вторых разностях $e_{(A-B)11}$ и в третьих разностях e_{111} носили случайный характер, а сформированные разности рассматривались как непосредственно измеренные равноточные величины. По ряду причин это не совсем так.

Во-первых, частота эталонных генераторов изменяется во времени с некоторыми скоростью и ускорениями. Поэтому временные задержки сигналов $d_{\text{ка}}$ и $D_{\text{ат}}$ на орбитальных и наземных станциях не являются постоянными.

Волна в атмосфере (тропосфере) распространяется со скоростью $v = c/n$, где $n > 1$ и существенно зависит от конкретной трассы. Дальность по сравнению с вакуумом изменится на величину ΔnR , где Δn интегральное отличие от единицы показателя преломления на пути распространения сигнала в атмосфере.

Ионосферные задержки измерениями на двух волнах и обработкой на комбинированной волне $\lambda_{\text{ком}}$ исключаются не полностью. Надо учитывать искажения в ионосфере $\Delta_{\text{ком}}$ в зависимости от трассы и приемной аппаратуры, и особенно от длины базисной линии D .

Более строгие рассуждения показывают, что к неизвестным $D_x, D_y, D_z, N_{12}, \dots, N_{1n}$ добавятся новые дополнительные искомые параметры.

Во-вторых, действительно измеренными являются лишь фазовые циклы Φ . Чтобы перейти от фазовых циклов к фазовым дальностям, необходимо Φ умножить на длину несущей волны λ . Точность и коррелированность измерений фазовых циклов Φ характеризует их ковариационная матрица

$$K_{\Phi} = \mu^2 \Phi Q_{\Phi},$$

где μ_ϕ^2 – дисперсия единицы веса, выраженная в фазовых циклах; \mathbf{Q}_ϕ – матрица, содержащая обратные веса и коэффициенты корреляции измеряемых величин. Если измерения равноточны, то $\mathbf{Q}_\phi = \mathbf{E}$, где \mathbf{E} единичная матрица.

Вторые и третьи разности формируют из исходных измерений. Обозначим матрицы, содержащие фазовые циклы и эти разности в фазовых циклах, соответственно через Φ , Δ и ∇ . Тогда получим:

$$\begin{aligned}\Delta &= T_2\Phi; \\ \nabla &= T_3\Phi,\end{aligned}$$

где через T_2 и T_3 обозначены соответствующие матрицы трансформирования. Для ковариационных матриц Δ и ∇ соответственно имеем (раздел 11):

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_\Delta &= \mu_\phi^2 T_2 \mathbf{Q}_\phi T_2^T = \mu_\phi^2 \mathbf{Q}_\Delta; \\ \mathbf{K}_\nabla &= \mu_\phi^2 T_3 \mathbf{Q}_\phi T_3^T = \mu_\phi^2 \mathbf{Q}_\nabla.\end{aligned}$$

В общем случае вторые и третьи разности зависимы, $\mathbf{Q}_\Delta \neq \mathbf{E}$, $\mathbf{Q}_\nabla \neq \mathbf{E}$. Поэтому обработка по МНК должна выполняться не под условием минимума значений $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$, а соответственно под условиями

$$\mathbf{V}^T \mathbf{Q}_\Delta^{-1} \mathbf{V} = \min \text{ и } \mathbf{V}^T \mathbf{Q}_\nabla^{-1} \mathbf{V} = \min.$$

Решения по МНК усложняются. Точность результатов будет зависеть как от способов позиционирования, так и от качества и сложности приобретаемых программных алгоритмов.

Ковариационные матрицы \mathbf{Q}_Δ и \mathbf{Q}_∇ играют важную роль в оценке точности результатов. По аналогии с PDOP используют геометрический фактор RDOP (Relative Dilution Of Precision). Он равен квадратному корню из суммы диагональных элементов матрицы $(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_\Delta \mathbf{A})^{-1}$, где \mathbf{A} матрица, содержащая коэффициенты α , β , γ в уравнениях поправок для вторых разностей.

Кинематическое позиционирование. Измерения начинают с инициализации. Рассмотрим инициализацию способом установки приемников на двух пунктах с известными координатами. Расстояние между этими пунктами выбирают сравнительно небольшим: трассы радиоволн от спутников до приемников должны находиться в примерно равных условиях. Минимальное число наблюдаемых спутников – четыре. По определенным значениям фазовых дальностей будут сформированы три вторые разности и вычислены их числа неоднозначности. Например, для числа неоднозначности второй разности наблюдений со станций А и В спутников 1 и 2 получим:

$$N_{AB12} = \{(R_{A1} - R_{B1}) - (R_{A2} - R_{B2}) - P_{(A-B)12}\} / \lambda,$$

где $P_{(A-B)12}$ – вторая разность соответствующих фазовых дальностей; λ – длина несущей волны; R_i – геометрическое расстояние от i -й станции до j -го спутника, вычисляемое по известным координатам станции и спутника. По смыслу N – целые числа. Поэтому вычисленное значение N_{AB12} округляют до целого.

Позиционирование начинают после инициализации. Для этого приемник станции А оставляют в неизменном положении, а приемник со станции В перемещают в текущую определяемую точку К. Оба приемника ведут непрерывные измерения до одних и тех же спутников. Для вторых разностей фазовых дальностей, определяемых со станций А

и К до спутников 1 и 2, получим:

$$P_{(A-K)12} = (R_{A1} - R_{K1}) - (R_{A2} - R_{K2}) - N_{AB12}\lambda + e_{(A-K)12}.$$

Выражая разности геометрических дальностей через составляющие вектора между этими станциями

$$\mathbf{D} = (X_K - X_A, Y_K - Y_A, Z_K - Z_A)^T$$

и пренебрегая остаточными искажениями $e_{(A-K)12}$, получим:

$$\alpha_{12}(X_K - X_A) + \beta_{12}(Y_K - Y_A) + \gamma_{12}(Z_K - Z_A) - N_{AB12}\lambda - P_{(A-K)12} = 0.$$

Идентичные уравнения будут образованы и для вторых разностей $P_{(A-K)13}$ и $P_{(A-K)14}$ фазовых измерений до спутников 1–3 и 1–4. Решив систему из трех уравнений, определим составляющие вектора \mathbf{D} , а затем координаты пункта К:

$$\mathbf{R}_K = \mathbf{R}_A + \mathbf{D}.$$

Наблюдать целесообразно более четырех спутников. Тогда обработку можно вести по МНК, а при образовании срывов в наблюдениях какого-то спутника – восстановить или исключить поврежденные измерения.

Контрольные задания и вопросы

1. Как образуются первые, вторые и третьи разности?
2. От чего зависит разность дальностей $(R_A - R_B)$?
3. Как точно необходимо знать координаты базовой станции?
4. В чем различия решений по третьим и по вторым разностям?
5. Поясните суть плавающих и фиксированных решений?
6. Как можно уточнить результаты обработкой?
7. В чем различия определений в статике и в кинематике?
8. По каким критериям отбирают наилучшие решения?

13. УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Избыточные измерения. Геодезические сети обязательно должны содержать *избыточные* измерения. Они нужны для своевременного обнаружения и исправления некачественных величин и для оценки точности измерений. На рис. 22, а показаны два вектора А и В, избыточные данные отсутствуют. На рис. 22, б избыточно определен вектор С. Теперь координаты пункта 3 можно найти по вектору В и проконтролировать по векторам А+С.

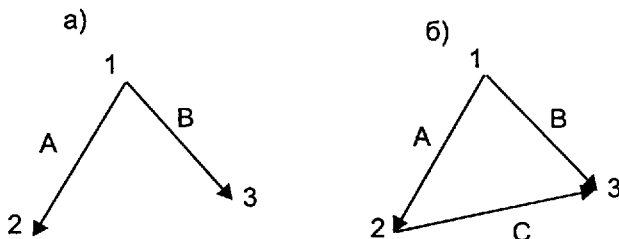


Рис. 22. Фрагмент геодезической сети; избыточные измерения: а — отсутствуют, б — имеются

Однако при неизбежности погрешностей избыточные величины ведут к неоднозначным значениям определяемых параметров — высот и координат. Уравнивание выполняется для того, чтобы получить однозначные результаты путем исправления измерений поправками такими, чтобы точность всех величин не понизилась, а стала выше. Эта задача решается по методу наименьших квадратов (МНК) минимизацией суммы $\sum p v^2$, где p и v — веса и поправки измерений. Уравнивание геодезических сетей является важнейшим этапом их создания.

До вычислений следует решить, что уравнивать, как определять веса, учитывать или нет коррелированность измерений.

В данном случае полагаем, что уравниванию подлежат полученные приращения координат, т. е. составляющие D_x, D_y, D_z векторов D . В дальнейшем в этом пособии они рассматриваются как *измеренные* величины. Такое допущение существенно упрощает обработку.

Веса p_i определяются отношениями дисперсии μ^2 измерения, вес которого принят за единицу (единицы веса) к дисперсиям σ^2 текущих измерений:

$$p_i = \mu^2 / \sigma^2.$$

Эти дисперсии для приращений координат могут быть вычислены по формулам:

$$\sigma_i = a + bD_{\text{км}}, \quad \mu = a + bD^{\circ}_{\text{км}}.$$

$D_{\text{км}}$ — длина вектора в километрах; $D^{\circ}_{\text{км}}$ — произвольная величина, числом равна среднему из длин векторов. Часто полагают $\mu^2 = 1$. Коэффициенты $a = 3 \div 10$ мм; $b = 1 \div$

2 мм/км. Веса p_i расположим на главной диагонали диагональной весовой матрицы P . Если измерения равноточные, то все веса одинаковы, равны 1 и весовая матрица становится единичной: $P = E$.

Неучет корреляций искажает поправки из уравнивания до 20%. Для их учета нужно составить корреляционную матрицу K и определить весовую матрицу из выражения $K = \mu^2 P^{-1}$.

Для простоты в дальнейшем найденные приращения координат полагаем некоррелированными.

Коррелятное уравнивание. В этом случае выясняют, какие в сети возникают условия и вычисляют невязки. В сетях с «измеренными» приращениями координат вид условий зависит от того, как проложен векторный ход. Если векторный ход образует замкнутый контур, то векторное условие имеет вид:

$$\sum D_i = 0,$$

где вектор D_i соединяет пункты i и j . Эта запись означает, что суммы приращений координат по каждой координатной оси в замкнутой фигуре равны нулю. Когда ход проложен между векторами R_i и R_n двух опорных пунктов, координаты которых не подлежат исправлению, условие принимает вид:

$$\sum D_i - (R_n - R_i) = 0.$$

Каждое из записанных векторных условий может быть разложено по трем координатным осям и представлено тремя скалярными формулами.

Подстановка в уравнения условий составляющих векторов D_x, D_y, D_z , полученных из измерений, приведет к появлению невязок. Например, по оси X для невязок получим:

$$W_x = \sum D_{xi} \text{ или } W_x = \sum D_{xi} - (X_n - X_i).$$

Аналогично получим невязки W_y и W_z . Количество невязок r равно утроенному числу избыточно измеренных векторов.

Для примера ниже приведены невязки (в миллиметрах) по двум треугольникам, образованным на учебном полигоне МГУ измерениями двухчастотными приемниками 4000 SST фирмы Trimble.

Треугольник	W_x	W_y	W_z
База–МГУ–Луговая	15	-6	17
База–МГУ–Придорожная	6	10	31

Чтобы невязки устранить, следует величины D_x, D_y, D_z исправить соответственно поправками V_x, V_y, V_z . Так, для векторного треугольника с номерами вершин 1, 2, 3 и векторами, ориентированными по часовой стрелке, условие по оси X будет иметь вид:

$$V_{x12} + V_{x23} + V_{x31} + W_{x123} = 0.$$

Аналогичные уравнения условий будут по осям Y и Z . Для всех условий в сети получим систему уравнений

$$BV + W = 0.$$

Элементами векторов V и W соответственно являются искомые поправки и вычислен-

ные невязки; матрица В содержит коэффициенты, стоящие перед поправками в условных уравнениях. Как видим, эти коэффициенты равны +1, 0 или -1.

Коррелятный способ МНК позволяет найти такие поправки V_x, V_y, V_z , что взвешенная сумма их квадратов будет минимальна при сохранении всех указанных геометрических условий. Векторы коррелят K и поправок V вычисляются по формулам:

$$K = -(BP^{-1}B')^{-1}W, \quad V = P^{-1}B'K.$$

Для оценки точности вычисляют СКП единицы веса:

$$\mu^2 = V'PV/r \quad \text{или} \quad \mu^2 = W'(BP^{-1}B')^{-1}W/r.$$

В малых сетях уравнивание коррелятным способом МНК выполняется просто. Так, если сеть состоит из одного треугольника, то в треугольнике невязки распределяются по соответствующим составляющим векторов с обратным знаком пропорционально обратным весам. Если длины векторов одинаковы, то поправка в каждое приращение координат равна 1/3 соответствующей невязки, взятой с обратным знаком.

Величины невязок говорят о точности построений. Поэтому геодезическая сеть должна быть спроектирована таким образом, чтобы векторы образовывали замкнутые небольшие, максимум 8-сторонние, контуры (Филиппов, Янкуш, 1995).

Параметрическое уравнивание. В сложных сетях избыточных измерений много (рис. 23). Уравнивать эффективнее параметрическим способом МНК.

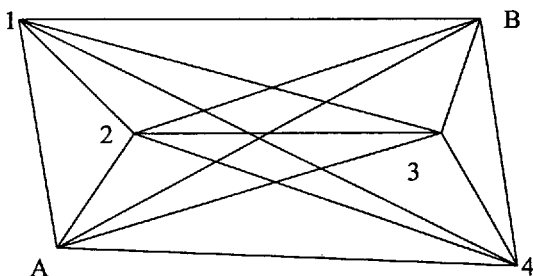


Рис. 23. Векторная геодезическая сеть:

A, B – исходные пункты; 1–4 – определяемые пункты

До уравнивания вычисляют приближенные координаты определяемых пунктов. Обозначим их индексами 0: X_0, Y_0, Z_0 . В результате уравнивания определяют в эти координаты поправки (параметры) $\delta x, \delta y, \delta z$ и поправки V_x, V_y, V_z в «измеренные» приращения координат D_x, D_y, D_z . Для поправки, например, V_{ij} в составляющую D_{ij} вектора, соединяющего пункты i и j , можно составить уравнение:

$$V_{ij} + D_{ij} = (X_0 + \delta x_i) - (X_0 + \delta x_j).$$

Отсюда

$$V_{ij} = -\delta x_i + \delta x_j + l_{ij}, \quad \text{где} \quad l_{ij} = (X_0 - X_0) - D_{ij}.$$

Аналогичными будут уравнения поправок V_{ij}, V_{ij} . Всего таких уравнений $3n$, где n – количество измеренных векторов.

Координаты опорных пунктов исправлению не подлежат. Поэтому в уравнениях поправок в составляющие векторов, опирающихся на один или два исходных пункта, поправки в координаты этих пунктов должны равняться нулю. Так, для векторов, соединяющих пункты А и 1, А и В (см. рис. 23), уравнения поправок, например, по оси Х будут иметь вид:

$$V_{A1} = \delta X_1 + I_{A1}, \quad V_{AB} = I_{AB}.$$

Для всех уравнений поправок в векторно-матричной записи будем иметь:

$$V = A\delta + L,$$

где V – вектор с $3n$ поправками в измеренные величины, δ – вектор с $3k$ поправками в координаты k определяемых пунктов; L – вектор с $3n$ величинами I ; A – матрица коэффициентов уравнений поправок размером $3n \times 3k$. Ее элементами будут $+1$, 0 или -1 .

Требование МНК, чтобы взвешенная сумма квадратов поправок $V^T P V$ была минимальной, приводит к условию $V^T P V = 0$. Отсюда следует система нормальных уравнения для вычисления параметров δ :

$$A^T P A \delta + A^T P L = 0.$$

Для оценки точности необходимо вычислить:

– СКП единицы веса

$$\mu^2 = V^T P V / 3(n - k);$$

– ковариационную матрицу поправок в координаты

$$Q = (A^T P A)^{-1};$$

– СКП q -й координаты в векторе поправок δ ,

$$\sigma^2 = \mu^2 Q_{qq},$$

где Q_{qq} – диагональный элемент на пересечении q -х столбца и строки в матрице Q . Совпадение значений СКП единицы веса, вычисленных до и после уравнивания, свидетельствует о правильности стратегии выбора весов.

Все формулы верны и для коррелированных измерений.

Контрольные задания и вопросы

1. Для чего нужны избыточные измерения?
2. Объясните принципиальное различие фигур рис. 22.
3. С какой целью выполняется уравнивание геодезической сети?
4. Как вычислить веса измерений?
5. Какие возникают условия в геодезической сети с определенными приращениями координат между пунктами?
6. Как вычислить невязки в сети с определенными приращениями координат? Сколько таких невязок?
7. Чем отличается коррелятный способ уравнивания от параметрического? Когда какой применять?
8. Составьте уравнения поправок для вектора между определяемыми пунктами.
9. Как изменится уравнение поправок, если один или оба пункта являются исходными?
10. Как оценить точность параметров?

14. ПЕРЕСЧЕТ КООРДИНАТ

Спутниковые системы определяют координаты в общеземных системах: GPS – в WGS–84, ГЛОНАСС – в ПЗ–90. Используют же координаты в референцной, например в СК–42, СК–95, или местной системе. Возникает необходимость пересчета координат из одной системы в другую.

Общеземные геоцентрические координаты WGS–84 пересчитывают в геодезические широты B , долготы L и высоты H . Геодезические высоты трансформируют в ортометрические высоты H^o . По геодезическим широтам и долготам вычисляют плоские прямоугольные координаты, например, в проекции UTM. От вычисленных таким образом координат необходимо перейти к соответствующим координатам, применяемым в России. Переход может быть выполнен на любом этапе. Естественно в самом начале перейти от WGS–84 к ПЗ–90, затем на эллипсоид Красовского, вычислить геодезические координаты, нормальные высоты и плоские координаты Гаусса-Крюгера.

Пересчет геоцентрических координат. Взаимосвязь между WGS–84 и ПЗ–90 устанавливают при помощи формул Гельмерта:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{WGS} &= \Delta\mathbf{R} + (1 + m)\mathbf{W}\mathbf{R}_{ПЗ}; \\ \mathbf{R}_{WGS} &= (X_{WGS}, Y_{WGS}, Z_{WGS})^T, \quad \Delta\mathbf{R} = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T; \\ \mathbf{R}_{ПЗ} &= (X_{ПЗ}, Y_{ПЗ}, Z_{ПЗ})^T, \end{aligned}$$

где \mathbf{R}_{WGS} и $\mathbf{R}_{ПЗ}$ – векторы в соответствующих координатных системах; $\Delta\mathbf{R}$ – вектор начала координатной системы ПЗ–90 в системе WGS–84; m – различие линейных масштабов в этих системах; \mathbf{W} – матрица поворота координатных осей, зависит от трех малых углов $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. Ее полное значение можно найти, например, в работе (Пеллинен, 1978, с. 12). Обычно угловые параметры не превышают $1''$. Поэтому матрицу \mathbf{W} , где ее элементы в радианах, представляют в виде:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, для пересчета координат надо знать семь параметров трансформирования: $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, m, \omega_x, \omega_y, \omega_z$. Их появление обусловлено точностью установки общеземных геодезических систем отсчета. Эти параметры многократно определялись. По ГОСТ Р 51794-2001 параметры трансформирования получили официальный статус и приведены ниже. Для России и прилегающих к ней территорий переход из ПЗ–90 в WGS–84 должен выполняться с помощью данных:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{WGS} = (1 - 0, 12 \cdot 10^{-6}) \begin{pmatrix} 1 & -0,82 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0,82 \cdot 10^{-6} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ПЗ} - \begin{pmatrix} 1,1 \\ 0,3 \\ 0,9 \end{pmatrix}.$$

Формулу Гельмерта, учитывая, что $\mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^T$, перепишем так, чтобы она была удобной для перехода от WGS–84 к ПЗ–90:

$$R_{пз} = (1 - m)W^T(R_{wcs} - \Delta R) \approx (1 - m)W^T R_{wcs} - \Delta R.$$

Если координаты не трансформировать, то в пространственном положении точки возникнет погрешность

$$|\delta\rho| \leq (\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)^{1/2} + R_3(3\mu^2 + 2(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2))^{1/2},$$

где R_3 – радиус Земли, а $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ выражены в радианах. Как следует из приведенных данных, эта погрешность будет не более 9 м.

Пересчет геоцентрических координат в квазигеоцентрические. Связь координат референчных и общеземных систем устанавливается той же формулой Гельмерта (Пеллинен, 1978):

$$R = \Delta R + (1 + m)Wr;$$

$$r = (X_r, Y_r, Z_r)^T; \quad R = (X_w, Y_w, Z_w)^T; \quad \Delta R = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T,$$

где r и R – векторы соответственно в референчной и в общеземной системах координат; ΔR – вектор начала референчной системы в общеземной системе; m – разница в линейных масштабах систем; W – матрица поворота координатных осей.

С целью пересчета координат из общеземной в референчную систему уравнения связи должны быть записаны в виде:

$$r = (1 - m)W^T(R - \Delta R).$$

Ориентировочные значения параметров взаимосвязи референчной и общеземной систем имеются в работах (Бовшин и др., 1995; Бойков и др., 1993; Параметры Земли 1990 года и др.). В табл. 14 приводятся данные из работы (Герасимов, Ефимов, 1999), определенные ГОСТ Р 51794–2001 как официальные.

Таблица 14. Параметры пересчета координат

Системы	$\Delta X, м$	$\Delta Y, м$	$\Delta Z, м$	ω_x	ω_y	ω_z	m
ПЗ-90 – СК-95	25,90	-130,94	-81,76	0	0	0	0
ПЗ-90 – СК-42	25,00	-141,00	-80,00	0	-0,35	-0,66	0

Пересчет с этими параметрами выполняется по формулам:

$$X_r = X_w - \Delta X + \omega_x Z_w - \omega_y Y_w - m X_w;$$

$$Y_r = Y_w - \Delta Y - \omega_x Z_w + \omega_z X_w - m Y_w;$$

$$Z_r = Z_w - \Delta Z + \omega_x Y_w - \omega_y X_w - m Z_w.$$

Угловые параметры $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ должны быть взяты в радианах.

Предположим, определены координаты двух пунктов: R_A пункта А и R_B пункта В. Тогда уравнение связи для разности координат принимает следующий вид:

$$r_B - r_A = (1 - m)W^T(R_B - R_A).$$

В этой формуле нет линейных параметров ΔR . Вместе с ними исчезли и их погрешности. Поэтому в относительных определениях имеет смысл трансформировать не координаты, а измеренные с базовой станции приращения координат.

Пересчет координат в местную систему. Если с помощью ГСП определены координаты трех – четырех опорных пунктов, то появляется возможность пересчитать координаты текущих точек в координатную систему окружающих пунктов. Пересчет тем точнее, чем меньше площадь объекта работ и равномернее на ней распределены опорные пункты.

Для каждой опорной точки с известными GPS прямоугольными геоцентрическими координатами \mathbf{R} в общеземной системе и вычисленными по геодезическим широтам, долготам и высотам координатам \mathbf{r} в местной системе, используя преобразованные формулы трансформирования, можно составить следующие уравнения поправок \mathbf{v} :

$$\begin{aligned} v_x &= \Delta X - Z\omega_x + Y\omega_z + X_m - (X_w - X_i); \\ v_y &= \Delta Y + Z\omega_x - X\omega_z + Y_m - (Y_w - Y_i); \\ v_z &= \Delta Z - Y\omega_x + X\omega_z + Z_m - (Z_w - Z_i). \end{aligned}$$

В уравнениях 7 неизвестных параметров, образующих вектор:

$$\boldsymbol{\tau} = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \omega_x, \omega_y, \omega_z, m)^T.$$

Чтобы его найти, нужны координаты в 2 системах минимум для 3 пунктов. Тогда будем иметь матричное уравнение поправок:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\boldsymbol{\tau} - \mathbf{L},$$

где в матрицу \mathbf{A} собраны коэффициенты, стоящие в уравнениях поправок \mathbf{v} перед искомыми параметрами трансформирования, а в вектор \mathbf{L} – разности координат в общеземной и местной системах. Пусть \mathbf{P} весовая матрица поправок \mathbf{v} . Решая задачу по МНК находим параметры:

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L}.$$

Задачу можно упростить, исключив вектор $\Delta \mathbf{R}$. Для этого координаты некоторого опорного пункта A следует вычесть из соответствующих координат других опорных пунктов и составить следующего вида уравнения поправок:

$$\begin{aligned} v_{xi} &= -(Z_i - Z_A)\omega_x + (Y_i - Y_A)\omega_z + (X_i - X_A)m - [(X_{wi} - X_i) - (X_{wA} - X_A)]; \\ v_{yi} &= +(Z_i - Z_A)\omega_x - (X_i - X_A)\omega_z + (Y_i - Y_A)m - [(Y_{wi} - Y_i) - (Y_{wA} - Y_A)]; \\ v_{zi} &= -(Y_i - Y_A)\omega_x + (X_i - X_A)\omega_z + (Z_i - Z_A)m - [(Z_{wi} - Z_i) - (Z_{wA} - Z_A)]. \end{aligned}$$

Решив эти уравнения по МНК, определим вектор искомых параметров

$$\boldsymbol{\epsilon} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z, m)^T.$$

Пересчет геодезических координат. Геодезические широту B , долготу L и высоту H легко вычислить по трансформированным пространственным прямоугольным координатам X, Y, Z и по формулам раздела 2. Однако, чтобы найти X, Y, Z , надо иметь надежные параметры трансформирования. Кроме того, для отдельных регионов модель Гельмерта с 7 параметрами трансформирования может оказаться недостаточно точной. Поэтому иногда применяют и более сложные модели трансформирования, например, полиномиальные:

$$\begin{aligned} B_i &= B_w + \sum_{s=0}^n \sum_{t=0}^{n-s} a_{st} U^s V^t, & L_i &= L_w + \sum_{s=0}^n \sum_{t=0}^{n-s} b_{st} U^s V^t; \\ U &= a_u (B_w - B_{w0}), & V &= b_v (L_w - L_{w0}), \end{aligned}$$

B, L и B_w, L_w – широты и долготы, отнесенные соответственно к референц-эллипсоиду и общеземному эллипсоиду; $B_{\text{ср}}, L_{\text{ср}}$ – средние для данного региона значения координат B, L ; a, b – коэффициенты пропорциональности, выбирают произвольно, но так, чтобы U и V стали небольшими величинами; $a_{\text{эм}}, b_{\text{эм}}$ – эмпирические коэффициенты. Их общее число равно $(n+1)(n+2)$. Чтобы их определить, надо иметь не менее $(n+1)(n+2)/2$ точек, для которых известны и B, L и B_w, L_w . Полиномиальные модели эффективно исключают разного рода систематические, свойственные только для данного региона, искажения, которые не возможно учесть иными, более простыми методами (Featherstone, 1997).

Пересчет геодезических координат по дифференциальным формулам

Иногда с помощью GPS измеряют геодезические координаты B, L, H . Их следует пересчитать из WGS-84 в СК-42 или СК-95. Это можно выполнить по дифференциальным формулам, учитывающим различия в размерах эллипсоидов, а также смещение начал и разворот осей координатных систем (Герасимов и др., 1993; Параметры Земли 1990).

Пусть система А отнесена к эллипсоиду с большой полуосью a_A и первым эксцентриситетом e_A , а система В – к эллипсоиду с большой полуосью a_B и первым эксцентриситетом e_B . Некоторая точка в системе А имеет геодезические координаты B_A, L_A и H_A , а после пересчета в систему В будет иметь геодезические координаты B_B, L_B и H_B . Очевидно

$$B_B = B_A + \Delta B, L_B = L_A + \Delta L, H_B = H_A + \Delta H.$$

Формулы для пересчета имеют вид:

$$\Delta B = (1/(M + N)) \left[e^2 \frac{N}{a} \sin B \cos B \Delta a + \left[1 + \frac{N^2}{a^2} \right] N \sin B \cos B \frac{\Delta e^2}{2} - (\Delta X \cos L + \Delta Y \sin L) \sin B + \Delta Z \cos B \right] - (\omega_x \sin L - \omega_y \cos L) (1 + e^2 \cos 2B) - m e^2 \sin B \cos B;$$

$$\Delta L = \frac{1}{(N + H) \cos B} (-\Delta X \sin L + \Delta Y \cos L) + (1 - e^2) \operatorname{tg} B (\omega_x \cos L - \omega_y \sin L) - \omega_z;$$

$$\Delta H = -\frac{a}{N} \Delta a + N \sin^2 B \frac{\Delta e^2}{2} + (\Delta X \cos L + \Delta Y \sin L) \cos B + \Delta Z \sin B - e^2 N \sin B \cos B (\omega_x \sin L - \omega_y \cos L) + \left(\frac{a^2}{N} + H \right) m,$$

где

$$\Delta a = a_B - a_A; \Delta e^2 = e_B^2 - e_A^2; a = (a_A + a_B)/2; e^2 = (e_A^2 + e_B^2)/2; N = a(1 - e^2 \sin^2 B)^{-1/2}; M = a(1 - e^2)(1 - e^2 \sin^2 B)^{-3/2}.$$

В формулах угловые элементы трансформирования $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, а также изменения широты ΔB и долготы ΔL даны в радианах. При переходе из системы А в систему В используют значения B, L, H в системе А, а при обратном переходе – в системе В.

Формулы обеспечивают вычисление приращений геодезических координат с погрешностью в линейной мере до 0,3 м. Для уменьшения этой погрешности до 0,001 м необходимо выполнить еще одно приближение по уточненным координатам:

$$B = (B_0 + B_1 + \Delta B)/2, L = (L_0 + L_1 + \Delta L)/2, H = (H_0 + H_1 + \Delta H)/2.$$

Преобразование плоских прямоугольных координат по опорным пунктам.

В ряде случаев географической практики определяют плоские прямоугольные координаты УТМ в системе параметров WGS-84. Впоследствии их пересчитывают в координаты Гаусса-Крюгера в системе параметров СК-42 или СК-95. Преобразования координат в равноугольных проекциях X, Y одной системы в X', Y' другой системы выполняются по опорным пунктам, имеющим координаты в обеих системах по формулам (Серапинас, 1999):

$$\begin{aligned} X' &= \bar{X}' + [\alpha(k)\Delta_0 X] - [\beta(k)\Delta_0 Y]; \\ Y' &= \bar{Y}' + [\alpha(k)\Delta_0 Y] + [\beta(k)\Delta_0 X]. \end{aligned}$$

где ломаные скобки по символике Гаусса определяют суммы заключенных в них величин; \bar{X}, \bar{Y} и \bar{X}', \bar{Y}' – средние из соответствующих координат опорных пунктов; $\Delta_0 X' = X' - \bar{X}'$; $\Delta_0 Y' = Y' - \bar{Y}'$; $\Delta_0 X = X - \bar{X}$; $\Delta_0 Y = Y - \bar{Y}$; $k = 0, 1 \dots m$; m – максимальная степень полинома; $a(k), b(k)$ – постоянные коэффициенты, вычисляемые по опорным пунктам, число которых должно быть $n > m + 1$;

$$\begin{aligned} \Delta_0 X &= 1; \Delta_0 Y = 0; \Delta_1 X = \Delta X; \Delta_1 Y = \Delta Y; \\ \Delta_2 X &= \Delta X \Delta_{k-1} X - \Delta Y \Delta_{k-1} Y; \\ \Delta_2 Y &= \Delta X \Delta_{k-1} Y + \Delta Y \Delta_{k-1} X. \end{aligned}$$

Для определения коэффициентов $\alpha(k), \beta(k)$ по МНК вычисляются скалярные произведения:

$$[a_{\alpha}] = [\Delta_0 Y \Delta_0 X + \Delta_1 Y \Delta_1 Y] \text{ и } [a_{\beta}] = [\Delta_0 Y \Delta_0 X - \Delta_1 X \Delta_1 Y].$$

В ломаных скобках указаны по символике Гаусса суммы соответствующих выражений, вычисляемых по данным всех n опорных пунктов.

По ним составляется матрица **A** размера $(m+1) \cdot (m+1)$ с элементами на главной диагонали и над диагональю $A(i, j) = [a_{\alpha}]$, где индексы $i = 0, 1, \dots, m$; $j = i, \dots, m$, а под главной диагональю – с элементами $A(j, i) = [a_{\beta}]$, где индексы $i = 0, 1, \dots, m - 1$; $j = i + 1, \dots, m$. По матрице **A** коэффициенты $\alpha(k)$ и $\beta(k)$ вычисляются способом итераций. Во избежание при вычислениях переполнения приращения координат ΔX и ΔY можно нормировать, выражая их, например, в десятках или сотнях километров. При этом коэффициенты $a(k)$ и $b(k)$ также будут видоизменены (преувеличены) и на окончательный результат нормирование не скажется.

В нулевом приближении имеем:

$$\begin{aligned} \alpha(k)_0 &= [\Delta_0 X \Delta_0 X' + \Delta_1 Y \Delta_1 Y'] / A(k, k); \\ \beta(k)_0 &= [\Delta_0 X \cdot \Delta_0 Y' - \Delta_1 X \Delta_1 X'] / A(k, k) \end{aligned}$$

Коэффициенты $(p+1)$ -го приближения вычисляются по их значениям в p -м приближении по формулам:

$$\begin{aligned} \alpha(k)_{p+1} &= \alpha(k)_p - \sum_{l=0}^{k-1} (A(l, k) \cdot \alpha(l)_p - A(k, l) \cdot \beta(l)_p) / A(k, k) - \sum_{l=k+1}^m (A(k, l) \cdot \alpha(l)_p + A(l, k) \cdot \beta(l)_p) / A(k, k); \\ \beta(k)_{p+1} &= \beta(k)_p - \sum_{l=0}^{k-1} (A(k, l) \cdot \alpha(l)_p + A(l, k) \cdot \beta(l)_p) / A(k, k) + \sum_{l=k+1}^m (A(l, k) \cdot \alpha(l)_p - A(k, l) \cdot \beta(l)_p) / A(k, k). \end{aligned}$$

Итерации сходятся, если выполнены неравенства:

$$A(k, k) > \sum_{l=0, l \neq k}^m |A(l, k)| + |A(k, l)|, \quad k = 0, 1, \dots, m.$$

Если они не выполняются, то при данном числе опорных пунктов нужно уменьшить степень m полинома.

В формулах выше величины $A(0, 1) = 0$ и $A(1, 0) = 0$. Поэтому, если ограничиться лишь линейной частью ряда ($m = 1$ и $k = 0, 1$), то формулы нулевого приближения дадут окончательное решение.

Коэффициенты $\alpha(k)$ и $\beta(k)$ с ростом k должны быстро убывать по модулю, а при $k > 1$ они должны быть < 1 и последовательно уменьшаться, ибо степенной ряд сходится, когда

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\alpha^2(k) + \beta^2(k))^{1/k} = 0$$

Пересчет высот. По координатам X, Y, Z определяют геодезические высоты H . В повседневной практике в России пользуются не геодезическими, а нормальными высотами H^r . При этом:

$$H^r = H - \zeta,$$

где ζ – высота квазигеоида. Таким образом, для вычисления нормальных высот по геодезическим высотам нужны карты высот квазигеоида или гравиметрические определения. Другой путь решения – измерения спутниковой системой на ряде опорных пунктов, нормальные высоты которых уже известны. Тогда можно образовать разности из высот для двух пунктов:

$$\Delta H^r = \Delta H - \Delta \zeta.$$

Как видно, разность нормальных высот отличается от разности геодезических высот на величину $\Delta \zeta$. Неучет величин $\Delta \zeta$ приведет к погрешностям в передаче нормальных высот. Погрешности тем больше, чем больше расстояния между пунктами. Приближенно можно полагать, что с каждым километром разности $\Delta \zeta$ изменяются на 1–2 см. При расстояниях между пунктами 50 км эти погрешности могут превысить 1 м. Для учета изменений высот квазигеоида применяют методы интерполяции. С этой целью используются полиномы, как правило не выше второй степени. Например (Непоклонов и др., 1996):

$$\Delta \zeta = Ax + By + Cxy + D,$$

где x, y – плоские прямоугольные координаты; A, B, C, D – коэффициенты. Чтобы их найти, надо иметь не менее, чем 4 разности

$$\Delta \zeta_i = \Delta H_i - \Delta H^r_i.$$

Для всех разностей следует составить уравнения поправок

$$v_i = Ax_i + By_i + Cx_i y_i + D - \Delta \zeta_i,$$

и решить систему нормальных уравнений:

$$A^T A K - A^T L = 0,$$

где A – матрица; i -я строка которой содержит соответственно величины $x, y, xy, 1$;

$K = (A, B, C, D)^T$ – вектор искоемых параметров; $L = (\Delta\zeta_1, \dots, \Delta\zeta_n, \dots)^T$ – вектор исходных величин.

Опорные пункты с известными нормальными высотами должны быть равномерно распределены по всему участку работ или, по крайней мере, находиться в середине и на краях участка.

Достаточно прост способ вычислений среднего весового, восходящий к Гауссу. Пусть для ряда пунктов известны высоты $H_{лок}$ в местной системе и геодезические высоты H_{GPS} . Алгоритм пересчета следующий.

Определяем веса измерений $P_i = (1/S_i)^q$, где S_i – расстояние от текущей точки до i -го пункта с известными высотами в двух системах, $q \geq 0$ (подбирается экспериментально).

Находим преобразованную высоту текущего пункта по формуле:

$$H_{лок} = H_{GPS} + \sum P_i (H_{лок} - H_{GPS}) / \sum P_i.$$

Контрольные задания и вопросы

1. Какие параметры устанавливают взаимосвязь между пространственными прямоугольными координатными системами?
2. Когда используются дифференциальные формулы?
3. Как перейти в систему координат окружающих пунктов?
4. В чем различие пересчета координат пунктов и разностей координат между пунктами?
5. Как пересчитать плоские прямоугольные координаты, определяемые в равноугольных проекциях, например координаты Гаусса-Крюгера и УТМ?
6. Как выполнить пересчет высот точек?
7. Как вычислить коэффициенты полиномов для интерполяции разностей высот квазигеоида?
8. Как должны быть распределены на участке работ опорные пункты, с помощью которых осуществляется пересчет высот и прямоугольных координат?

15. ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТ

Методика измерений строится с учетом рассмотренных выше особенностей позиционирования и существенно зависит от целей работ, применяемых способов и аппаратуры. Тем не менее есть общие для всех случаев этапы: проектирование, рекогносцировка и закрепление пунктов, планирование, подготовка аппаратуры, измерения, обработка.

При проектировании используется топографическая карта, аэрофотоснимок или, за неимением их, схема. На них наносятся исходные пункты и вновь определяемые точки измерений. Выбор мест установки приемников делается с учетом того, чтобы в расчетном радиусе не было препятствий, закрывающих горизонт выше установленной маски, не было строений, покрытий в виде асфальта или бетона и водных поверхностей, способствующих многолучевости, и не было бы поблизости мощных передающих радиостанций. При измерениях дифференциальными или относительными способами важно правильно выбрать место для базовой станции, которая будет непрерывно работать в течение всего активного времени измерений.

В случае развития геодезических сетей намечается схема их построения. Прост лучевой метод, когда определяемые и базовая точки располагаются на концах векторов, веером расходящихся с базовой станции. Однако в этом случае надо быть уверенным в надежности измерений, ибо метод не содержит избыточных величин и является бесконтрольным. Целесообразнее развивать сеть замкнутыми полигонами, содержащими от трех до восьми векторов. В каждом полигоне точность измерений контролируется по величинам невязок.

При построениях сетей обычно используются варианты статики. Продолжительность наблюдений на пункте зависит от точности и назначения сети и может длиться от 10–20 мин до 1, 6 и даже 12 ч. Сантиметровая точность в плановом положении может быть обеспечена позиционированием в режимах быстрой статики, а точность до дециметра – в режиме статики с продолжительностью измерений на пункте – 20 мин. Летом 2000 г. на учебном полигоне географического факультета МГУ создавалась съемочная сеть из 19 пунктов. Применялся двухчастотный кодово-фазовый приемник Trimble 4000 SST. Наблюдения начали в режиме быстрой статики. Однако, из-за строений и деревьев режим быстрой статики оказался неприменим. Поэтому перешли к статике с продолжительностью наблюдений 20 мин. Сеть строилась так, чтобы в ней имелись замкнутые полигоны. Невязки в замкнутых фигурах, за исключением одной, оказались не более 1 дм. В одном треугольнике наблюдения потребовалось повторить, так как возникла невязка около 0,9 м. Измерения такой точности могут использоваться в географических работах при изучении ледников, эрозионных процессов и т. п.

При выборе мест измерений в вариантах статики следует стремиться к тому, чтобы антенны приемников можно было центрировать непосредственно над пунктом. Тогда поправки в координаты точек за высоту h антенны вычисляются по известным формулам:

$$\begin{pmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \cos B \cos L \\ h \cos B \sin L \\ h \sin B \end{pmatrix}.$$

Если на местности закреплена точка, например А, а антенна установлена на некоторой точке Р, то в координаты должны быть введены поправки. Они вычисляются по формулам перехода от топоцентрических горизонтных координат к геоцентрическим координатам (Баранов и др., 1986):

$$\begin{pmatrix} \partial(X_A - X_P) \\ \partial(Y_A - Y_P) \\ \partial(Z - Z_P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin B_P \cos L_P & -\sin L_P & \cos B_P \cos L_P \\ -\sin B_P \sin L_P & \cos L_P & \cos B_P \sin L_P \\ \cos B_P & 0 & \sin B_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \cos \alpha \\ d \sin \alpha \\ h \end{pmatrix}.$$

$$d = PA \sin Z; \quad h = PA \cos Z.$$

В формулах: РА – наклонное расстояние между фазовым центром приемника на точке Р и центром точки А; Z – зенитное расстояние; α – азимут этого направления. Следовательно, требуются наземные измерения для определения этих величин.

В работе (Генике, Побединский, 1999) описан другой способ приведения пространственных координат с пункта измерений к закрепленному центру. Для этого выбирают три дополнительные точки Р₃, Р₁, Р₂, лежащие на одной пространственной прямой с закрепленным пунктом А в последовательности Р₃Р₁Р₂А. Измеряются расстояния: b₁ = Р₁Р₂, b₂ = Р₂А, b₃ = Р₃Р₁. В пунктах Р_i устанавливаются приемники и определяются их пространственные координаты. В силу того, что все точки лежат на одной прямой, справедливо соотношение:

$$(X_A - X_{P1}) / (b_1 + b_2) = (X_{P2} - X_{P1}) / b_1$$

Подобные соотношения пишутся и для осей Y и Z. Отсюда следуют формулы для вычисления координат точки А:

$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{P1} \\ Y_{P1} \\ Z_{P1} \end{pmatrix} + (1 + b_2/b_1) \begin{pmatrix} X_{P2} - X_{P1} \\ Y_{P2} - Y_{P1} \\ Z_{P2} - Z_{P1} \end{pmatrix}.$$

Измерения на точке Р₃ выполняются для контроля.

В работах, имеющих целью прежде всего определения высот точек местности, целесообразен способ кинематики «стой-иди». Приемник прикрепленный к штанге (шесту), ставится на каждую определяемую точку.

В ходе рекогносцировки уточняются положения проекта. Затем, или одновременно с рекогносцировкой, закрепляются точки наблюдений.

Планирование имеет целью выбрать наиболее благоприятное время для измерений. Для этого используется альманах. Альманах передается всеми спутниками. Для его загрузки включается приемник примерно на четверть часа. Данные необходимо перекачать из приемника в компьютер. ПО кодово-фазовых приемников содержат программы

для планирования. В компьютер вводятся часовой пояс, широты и долготы предполагаемого участка работ, значение маски по высоте, данные о расположении препятствий на местности. В результате планирования выясняются наиболее удобные для измерений интервалы времени, при которых будут наиболее благоприятные геометрические факторы и максимальное число спутников. Чем спутников больше, тем надежнее и точнее измерения. При увеличении числа спутников от 4 до 6–8 геометрический фактор PDOP уменьшается (улучшается) на 15–25%, а VDOP – на 12–20%.

Подготовка аппаратуры имеет целью зарядку аккумуляторов, проверку исправности приемников и комплектности всего снаряжения (наличие кабелей, центриров, рулеток, упаковочных и защитных чехлов, исправности треног и т. п.).

Измерения начинаются с расположения аппаратуры на определяемом пункте. Для работы с кодовым приемником никакой специальной подготовки не требуется. Устанавливаются единицы измерений, маска по высоте и выбирается рабочая система координат. Измерения проводятся в течение фиксированного интервала, например 10 мин, или набирается фиксированное количество результатов, по которым впоследствии вычисляются средние значения. При работе с кодово-фазовыми приемниками следует установить над точкой антенну, которая по нанесенной на ней метке ориентируется на Север и центрируется. В зависимости от точности измерений центрирование выполняется с погрешностью от 1 мм до 1 см. Тщательно измеряется высота антенны. После включения приемника необходимо убедиться, что аккумуляторы заряжены. Приемник включается в соответствии с рекомендациями к данной аппаратуре. В приемник вводятся установочные элементы, например, маска по высоте, тип антенны, единицы измерений, значение высоты фазового центра, имя точки и т. п. Включается выбранный режим работы и проводятся измерения.

После завершения полевых наблюдений выполняется обработка. В случае кодовых приемников эта обработка может быть простой и содержать лишь процесс пересчета результатов измерений в заданную систему координат. В случае относительных измерений обработка сложнее. Необходимо выполнить вычисления по разрешению неоднозначности и проверить величины невязок в замкнутых полигонах. Если результаты приемлемы, то выполняется вся обработка, включая уравнивание, оценку точности и пересчет координат. Обработка заканчивается выдачей таблиц координат определяемых точек и подготовкой отчетов по выполненной работе в соответствии установленными в организациях требованиями.

Спутниковые приемники позволяют применять новые технологии топографических съемок (Мельников, 1999). В поле кинематикой реального времени (РТК) с точностью 2–3 см определяются плановые и высотные координаты пикетов. Для досъемки участков, где спутниковые методы неэффективны, используется электронный тахеометр, совместимый со спутниковым приемником. При сборе данных, помимо автоматически вычисляемых координат, сохраняют описание пикетов (номер, код объекта, сведения о соединении его на карте с другими объектами и т. п.). После переноса результатов съемки в компьютер автоматически рисуется топографический план. Собранные дан-

ные также могут использоваться для пополнения или обновления соответствующих ГИС. Приемник базовой станции устанавливается на любом геодезическом пункте. Передающий радиомодем транслирует данные в подвижный приемник. Радиус действия радиомодема зависит от множества факторов, может достигать 15 и даже более километров. Подвижный приемник носится в рюкзаке. Его антенна закрепляется на вехе. Приемник может быть одно- или двухчастотным. Использование двухчастотных приемников позволяет задачу разрешения неоднозначности фазовых измерений (инициализацию) выполнить значительно быстрее. Целесообразно применять приемники с технологией подавления отражений (многолучевости).

Контрольные задания и вопросы

1. На что следует обращать внимание при проектировании работ с ГСП-приемниками?
2. Почему целесообразно проектировать геодезическую сеть, в которой пространственные вектора образуют замкнутые фигуры?
3. При работе около Москвы допущена погрешность в определении высоты фазового центра 1 дм. Подсчитайте, какие в этом случае будут погрешности в X , Y и Z .
4. Как передать пространственные прямоугольные координаты с точки установки антенны приемника на пункт, недоступный для позиционирования?
5. Какие определяют параметры в ходе планирования измерений?
6. В чем сущность новой технологии топографической съемки?

16. СОВМЕСТНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЛОНАСС И GPS. ИХ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ С ИНС И ЭЛЕКТРОННЫМИ ТАХЕОМЕТРАМИ

Точность определения координат зависит от числа видимых КА. Использование спутниковых группировок двух систем позволяет увеличить количество видимых спутников и повысить точность определений координат в 1,3–1,5 раза. В городских условиях, особенно при наличии множества высотных зданий (в «городских каньонах») и при работе в движении, одна система не в состоянии обеспечить непрерывные измерения в течение длительного времени. Применение комплекса ГЛОНАСС/GPS позволяет иметь видимыми по крайней мере 4 спутника в течение 90% времени от 24-часового суточного интервала по сравнению с 50% только для GPS (рис. 24, Tsakiri, Stewart, 1998).

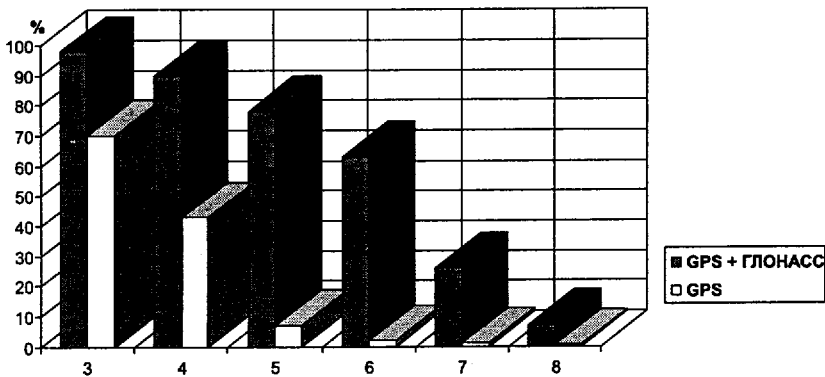


Рис. 24. Видимость спутников в течение суток в городском каньоне

Двухсистемные приемники уже выпускаются. Нынешнее состояние ГЛОНАСС, когда утрачена значительная часть КА, является временным. Других принципиальных трудностей для комплексирования систем нет. Обе системы имеют сходные параметры: близкие несущие частоты, общность конструкций кодовых сигналов, использующих фазовую манипуляцию, близость высот и наклонов орбит и периодов обращения.

Имеются и различия. В настоящее время GPS привязана к шкале UTC, а ГЛОНАСС – к UTC(SU) шкале Государственного эталона частоты и времени России. GPS работает в координатах WGS-84, а ГЛОНАСС – в координатах ПЗ-90. Тем не менее, практика применения двухсистемных приемников показывает, что упомянутые трудности преодолимы.

Однако имеются и принципиальные трудности, которые нельзя преодолеть комплексированием двух систем. Эти трудности ощутимы при сборе информации в движении, например, при использовании режимов кинематики. В условиях ограниченной видимости или при въезде в тоннель сигналы спутников теряются. Когда изменяется состав со-

звездий наблюдаемых спутников, происходит скачкообразное изменение геометрического фактора, что сказывается на точности результатов. При работе ГСП максимальная частота фиксации составляет около секунды. Если скорость передвижения приемника $\sim 30\text{--}40$ км/час, это приводит к неопределенности местоположения ~ 10 м.

Выход видят в соединении ГСП с ИНС – инерциальной навигационной системой. ИНС – автономная система, измеряющая в пути ускорения по каждой координате, а по ним определяющая на заданном интервале времени скорости движения и приращения координат. ИНС и ГСП подвержены принципиально различным по характеру действия ошибкам. На точность ГСП влияют помехи в каналах передачи информации, геометрический фактор, внешние условия. На работу ИНС эти источники погрешностей не оказывают влияния. Кроме того, погрешности ИНС несут длиннопериодический характер, поэтому ее подключение на короткое время не снижает точности измерений. В ИНС передача данных происходит с частотой 50 Гц, что позволяет сглаживать скачки из-за смены состава наблюдаемых КА и компенсировать перерывы между фиксациями измерений. Идея создания нового измерительного комплекса путем соединения двух принципиально различных систем, ГСП и ИНС, находится в поле зрения многих исследователей, ведущих соответствующие конструкторские работы. Основными в этом комплексе являются ГСП. ИНС – как бы подстраховывают их работу, беря на себя на короткое время функцию поддержания непрерывности измерений.

При ведении топографических съемок распространено комплексирование спутниковых приемников с электронными тахеометрами. Позиционирование выполняется в реальном времени в режиме RTK. Координаты и высоты точек местности определяются с точностью 3–5 см. Тахеометры применяются для съемки тех участков, где препятствия в виде растительности, сооружений и других объектов не позволяют использовать спутниковые приемники. При этом по ходу съемки определяются не только координаты объектов, но и их атрибуты. Все это позволяет создавать и визуализировать электронные карты непосредственно в полевых условиях.

Контрольные задания и вопросы

1. Что общего и в чем различия ГЛОНАСС и GPS?
2. Что дает совместное использование ГЛОНАСС и GPS?
3. Выясните, как работает ИНС. Чем ИНС дополняют ГСП?
4. Почему выгодно комбинировать ИНС с ГСП?
5. Для чего комплексировать спутниковые приемники с электронными тахеометрами?

СОКРАЩЕНИЯ

- АГС** – астрономо-геодезическая сеть
АКП – аппаратура контроля поля *ГЛОНАСС*
АП – аппаратура пользователя
ВТ – *ГЛОНАСС* кодовый сигнал высокой точности
ГГС – государственная геодезическая сеть
ГЛОНАСС – глобальная навигационная спутниковая система
ГИС – географическая информационная система
ГСП – глобальная система позиционирования
ГФ – геометрический фактор
ДГС – доплеровская геодезическая сеть
ДПС – дифференциальная подсистема ГСП
ИНС – инерциальная навигационная система
ИСЗ – искусственный спутник Земли
КА – космический аппарат
КГС – космическая геодезическая сеть
ККС – контрольно-корректирующая станция в *ДПС*
КОС – кванто-оптические станции *ГЛОНАСС*
КС – контрольные станции *ГЛОНАСС*
МГС-84 – система геодезических параметров WGS-84
МНК – метод наименьших квадратов
НКУ – наземный комплекс управления (подсистема наземного контроля и управления)
ПЗ-90 – параметры Земли 1990 г.
ПО – программное обеспечение
ПСП – псевдослучайные последовательности
СКП – средняя квадратическая погрешность
СКФ – система контроля фаз *ГЛОНАСС*
СК-42 – система координат 1942 г.
СК-95 – система координат 1995 г.
СТ – *ГЛОНАСС* кодовый сигнал стандартной точности
ЦС – центральный синхронизатор *ГЛОНАСС*
ЦУС – центр управления *ГЛОНАСС*

ТЕРМИНОЛОГИЯ

Абсолютное позиционирование – определение, например, *пространственной линейной засечкой*, полных значений геоцентрических координат *спутникового приемника*.

Автономное позиционирование – определение одним *спутниковым приемником* координат пункта *пространственной линейной засечкой* по кодовым *псевдодальностям*.

Альманах – сборник данных о всех спутниках *ГСП*, содержит сведения о местоположениях спутников, времени их восхода и захода, их высотах над горизонтом и азимутах, входит в *навигационное сообщение* каждого спутника, используется для планирования измерений.

Базовый вектор – пространственный вектор между двумя пунктами, на которых установлены антенны *спутниковых приемников*.

Вектор скорости – значения скорости перемещения *спутникового приемника* по каждой координатной оси.

Вторые разности – разности, образуемые при *относительном позиционировании* из *первых разностей* фазовых измерений с двух спутниковых приемников на два разных спутника.

Геометрический фактор – характеристика влияния взаимного расположения спутников на небосводе на точность вычисляемого по измеряемым параметрам местоположения точки; оценивается числами, показывающими во сколько раз потеряна точность в положении точки в плоскости – *HDOP*, в высоте – *VDOP*, в пространстве – *PDOP* по отношению к точности определения этих параметров.

Глобальная система позиционирования (ГСП) – спутниковая система, предназначенная для *позиционирования*.

Состоит из трех подсистем (сегментов):

1. Наземного комплекса управления (НКУ).
2. Космических аппаратов (КА).
3. Аппаратуры пользователей (АП).

ГЛОНАСС/GPS-приемник – *спутниковый приемник*, способный одновременно принимать радиосигналы *ГЛОНАСС* и *GPS*.

Дифференциальное позиционирование – способ определения координат *спутникового приемника* путем их уточнения по данным, получаемым с другого приемника, установленного на станции с известными координатами, называемой базовой, опорной, контрольно-корректирующей или референц-станцией.

Инициализация – 1. Первоначальное определение текущего местоположения *GPS-приемника*, которое он запоминает и использует в дальнейшем для определения своих координат.

2. Разрешение неоднозначности в начале *позиционирования* способом *кинематики*.

Кинематика – *позиционирование*, когда *фазовым методом* измеряются дальности от двух приемников до 4 и большего числа спутников, и определяются приращения ко-

ординат (*базовый вектор*) между этими приемниками, при этом предварительно выполняется *инициализация* на начальном пункте, а затем ведутся непрерывные наблюдения одних и тех же спутников.

Кодовый метод – определения *псевдодальности* от спутника до *спутникового приемника* по времени прохождения этого пути кодовым сигналом.

Комбинированная длина волны – длина волны, частота которой образована линейной комбинацией двух исходных несущих частот, например L1 и L2, используется при обработке результатов *статики*.

Местоопределение – определение координат приемника, частный случай позиционирования. Различают м.: а) двумерное, когда находят только две координаты, например широту и долготу точки, требуются минимум три видимых спутника (2D mode), и б) трехмерное, когда определяют, например, широту, долготу и высоту точки, требуются минимум четырех видимых спутника (3D mode).

Многолучевость – явление, когда в антенну приемника поступают волны, пришедшие непосредственно от передатчика спутника и отраженные от поверхности земли и окружающих предметов. М. снижает точность *позиционирования*.

Навигационное сообщение – послание, передаваемое каждым спутником, содержащее системное время, параметры исправления часов, параметры модели ионосферной задержки, данные о «здоровье» спутника, его *эфемериды* и *альманах*. Информация используется для обработки результатов *позиционирования*, а также для планирования измерений.

Относительное позиционирование – определение приращений координат по каждой координатной оси между двумя пунктами, на которых установлены антенны *спутниковых приемников*, выполняющих измерения в режимах *статики* или *кинематики*.

Первые разности – разности, образуемые в *относительном позиционировании* из фазовых измерений, выполняемых с двух станций на один и тот же спутник.

Позиционирование – определение по спутникам параметров пространственно-временного состояния объектов, таких как пространственные координаты объекта наблюдения, *вектор скорости* его движения, приращения координат по каждой координатной оси между двумя объектами (*базовый вектор*), точное время наблюдения.

Постобработка – обработка после измерений.

Пространственная линейная засечка – способ определения положения объекта в трехмерном пространстве по измерениям дальностей от этого объекта до трех или большего числа пунктов с известными координатами. Практически используются не дальности, а *псевдодальности*.

Псевдодальность – искаженная погрешностями дальность от объекта наблюдения до спутника, отличается от истинной дальности на величину, пропорциональную расхождению шкал времени на спутнике и в приемнике пользователя.

Псевдоскорость – скорость изменения расстояния между спутником и приемником, определенная без учета отличия частоты соответствующих электрических колебаний в приемнике пользователя от номинальных значений частоты на спутнике. Исполь-

зуется для определения *вектора скорости* перемещения *спутникового приемника*.

Разрешение неоднозначности – определение неизвестного целого числа электромагнитных волн, укладывающихся в расстоянии, измеряемом *фазовым методом*.

Созвездие спутников – определенное расположение в космическом пространстве спутников *глобальной системы позиционирования*.

Спутниковый приемник – основная составляющая аппаратуры пользователя, предназначенная для *позиционирования* с использованием *глобальной системы позиционирования*.

Статика – способ *позиционирования*, когда *фазовым методом* измеряются дальности от двух *спутниковых приемников* до четырех и большего числа спутников и по этим данным определяются приращения координат (*базовый вектор*) между антеннами приемников.

Третьи разности – разности, образованные из *вторых разностей*, сформированных в две разные эпохи.

Условный земной полюс – среднее за 1900–1905 гг., положение полюса, исправленное поправками на нутацию (*см. СТР*).

Фазовый метод – определение дальности от спутника до *спутникового приемника* по изменению на этом пути фазы несущей волны.

Фазовый центр антенны – точка антенны *спутникового приемника*, к которой отнесены все измерения; именно она центрируется над пунктом и до нее измеряется высота антенны.

Эпоха – фиксированный момент начала одновременного приема спутниковыми приемниками сигналов всех наблюдаемых спутников *глобальной системы позиционирования*, опорная точка на шкале времени.

Эфемериды – данные, содержащие информацию, позволяющую пользователю определить с высокой точностью текущие координаты конкретного спутника, входят в *навигационное сообщение*, передаваемое этим спутником *ГСП*.

ЛАТИНСКИЕ СОКРАЩЕНИЯ

AS – Anti Spoofing – дополнительное шифрование, *P*-код переводится в *Y*-код

AT – Atomic Time – атомное время

C/A-code – Coarse Acquisition – грубый, Clear Accessible – легко доступный, Clear Acquisition – легко обнаруживаемый, Civil Application – гражданский, стандартный (*S-code*)

CDMA – Code Division Multiple Access – кодовое разделение каналов

CIGNET – Cooperative International GPS Net – международная сеть пунктов слежения за спутниками GPS для получения точных их эфемерид

CTP – Conventional Terrestrial Pole – условный земной полюс; среднее положение полюса за 1900–1905 гг., исправленное за нутацию

DD – Double Difference – сдвоенные (вторые) разности

DGLONASS – Differential GLONASS – дифференциальный ГЛОНАСС

DGPS – Differential GPS – дифференциальный GPS

DOD – U.S. Department Of Defense – Департамент обороны США, контролирует и управляет GPS

DOP – Dilution Of Precision – геометрический фактор снижения точности определения местоположения точки, зависит от взаимного расположения определяемого пункта и спутников ГСП

EGNOS – European Geostationary Navigation Overlay Service – широкозонная ДПС

ES-90 – Earth System, 1990 – ПЗ-90

ESA – European Space Agency – Европейское космическое агентство

ETRS – European Terrestrial Reference System – Европейская земная референцная система

EUREF – European Reference Frame – Европейская земная референцная геодезическая сеть

FDMA – Frequency Division Multiple Access – частотное разделение каналов

Galileo – Европейская система спутникового позиционирования

GDOP – Geometric Dilution Of Precision – геометрический фактор снижения точности

GMT – Greenwich Mean Time – среднее время по Гринвичу

GPS – Global Positioning System – Глобальная система позиционирования

GPS/AVL – GPS/Automatic Vehicle Location – автоматическое определение координат транспортного средства при помощи GPS

GPS-receiver – GPS-приемник

GPST – GPS Time – Время спутниковой системы GPS

GRS-80 – Geodetic Reference System, 1980 – Геодезическая референцная система 1980 г.

HDOP – Horizontal Dilution Of Precision – Геометрический фактор снижения точности в горизонтальной плоскости

IAT – International Atomic Time – Международное атомное время

IERS – International Earth Rotation Service – Международная служба вращения Земли
IGEB – Interagency GPS Executive Board – Межведомственный исполнительный комитет на правительственном уровне по управлению и развитию GPS

IGS – International GPS Geodynamics Service – Международная служба изучения геодинимики с помощью GPS

INS – Inertial Navigation System – инерциальная навигационная система

ITRF – IERS [International] Terrestrial Reference Frame – земная геодезическая сеть
IERS

L1, L2 – несущие частоты в GPS и ГЛОНАСС

MCS – Master Control Station – главная станция подсистемы наземного контроля и управления GPS

NAVSTAR – NAVigation Satellite Timing And Ranging, см. GPS

NMEA – National Marine Electronic Association – Национальная морская электронная ассоциация, разработчик стандартного формата передачи данных о GPS спутниках

NNSS – Navy Navigation Satellite System – спутниковая навигационная система для ВМФ США, см. TRANSIT

OCS – Operational Control System (Control Segment) – подсистема наземного контроля и управления GPS

OmniSTAR – глобальная сеть формирования и передачи пользователям DGPS поправок

OTF – On The Fly – разрешение неоднозначности на лету

OTW – On The Way, см. OTF

P-code – Precision (Protected) code – точный (защищенный) код

PDGPS – Precision DGPS – точный дифференциальный GPS, передача поправок к фазе несущей или в форме необработанных измерений фазы несущей; точность 1–5 см

PDOP – Position Dilution Of Precision – геометрический фактор снижения точности положения пункта в пространстве

POPS – Post Processing Software – программное обеспечение постобработки

ppm – parts per million – относительная погрешность в миллионных долях: 1 ppm – 1 мм на 1 км расстояния

PPS – Precise Positioning Service – точное позиционирование, две частоты L1, L2 и P-код

PRN – Pseudo Random Noise – псевдослучайный шум

RDOP – Relative Dilution Of Precision – геометрический фактор снижения точности при относительном позиционировании по DD

RAIM – Receiver Autonomous Integrity Monitoring – автономный контроль целостности в приемнике

RMSE – Root Mean Square Error – средняя квадратическая погрешность (СКП)

RTDGPS – Real Time DGPS – DGPS реального времени

RTK – Real Time Kinematics – кинематика реального времени

RTCM – Radio Technical Commission for Maritime Services – Радиотехническая комис-

сия по морской службе; ее комитет SC-104 разрабатывает вопросы по содержанию, форматам и способам передачи дифференциальных поправок *DGPS* и др. данных в стандартном международном формате *RTCM SC-104*

SA – Selective Availability – избирательный доступ, режим вводится с целью понижения точности позиционирования гражданскими пользователями (отменен 1. V. 2000)

S-code – Standard code – стандартный код, синоним *C/A-code*

SD – Single-Difference – первые (простые) разности

SGS – Satellite Geodetic System – спутниковая геодезическая система

SNR – Signal to Noise Ratio – отношение сигнал/шум, мера качества передачи данных

SPS – Standard Positioning Service – стандартное позиционирование с использованием только *GPS* частоты *L1* и *C/A*-кода

TAI – International Atomic Time

TD – Triple-Difference – третьи (строенные) разности

TDOP – Time Dilution Of Precision – геометрический фактор снижения точности определений временных задержек

TRANSIT – см. *NNSS*

URA – User Range Accuracy – точность измерения дальностей от КА до АП

USCG – United States Coast Guard – Береговая охрана Соединенных Штатов, ответственная за обеспечение в США навигации всех видов, включая *DGPS*

UT – Universal Time – Всемирное время, среднее солнечное время гринвичского меридиана

UTC – Universal Coordinated Time – Всемирное координированное время

UTC (SU) – координированное время шкалы Государственного эталона частоты и времени России

UTM – Universal Transverse Mercator (projection) – Универсальная поперечная (проекция) Меркатора

VBS – Virtual Base Station – технология виртуальной базовой станции, по которой рассчитывается оптимальная для данного положения приемника дифференциальная поправка с учетом всех станций сбора данных в дифференциальной подсистеме позиционирования

VDOP – Vertical Dilution Of Precision – геометрический фактор снижения точности по высоте

VRS – Virtual Reference Station – виртуальная референциальная (базовая) станция, см. *VBS*

WAAS – Wide Area Augmentation System – широкозонная Североамериканская *ДПС*

WGS-84 – World Geodetic System, 1984 – Мировая геодезическая система [координат] 1984 для *GPS*

Y-code – дополнительно зашифрованный *P*-код *GPS*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Акимов А.А., Кузьмин Г.В. Исследование перспективы применения навигационных спутниковых терминалов для проведения высокоточных измерений на пересеченной местности и в городских условиях // Радиотехника. – 1996. – № 11. – С. 124–125.
- Алексеев Б.Н. О точности определения координат пунктов по наблюдениям навигационных ИСЗ типа ГЛОНАСС // Геодезия и картография. – 1993. – № 12. – С. 14–16.
- Андреанов В.А., Горобец В.П., Кораблев Е.В., Смирнов В.М. Методы коррекции атмосферной рефракции в космической геодезии и навигации // Геодезия и картография. – 1993. – № 12. – С. 20–24.
- Андреанов В.А. Распространение радиоволн в пограничном слое атмосферы // Радиотехника. Итоги науки и техники. – М.: ВИНТИ, 1994. – Т. 44. – С. 3–80.
- Базлов Ю.А., Галазин В.Ф., Каплан Б.Л. и др. Анализ результатов совместного уравнивания астрономо-геодезической, доплеровской и космической геодезических сетей // Геодезия и картография. – 1996. – № 7. – С. 26–36.
- Базлов Ю.А., Герасимов А.П., Ефимов Г.Н., Настретдинов К.К. Параметры связи координат // Геодезия и картография. – 1996. – № 8. – С. 6–7.
- Базлов Ю.А., Галазин В.Ф., Каплан Б.Л. и др. Контроль точности геоцентрических систем координат ПЗ–90 и уточнение параметров связи ПЗ–90 и WGS–84 // Геодезия и картография. – 1998. – № 10. – С. 9–13.
- Баранов Ю.Б., Берлянт А.М., Капралов Е.Г. и др. Геоинформатика. Толковый словарь основных терминов. – М.: ГИС-Ассоциация, 1999. – 204 с.
- Баранов Е.Г., Бойко Е.Г., Краснорылов И.И. и др. Космическая геодезия: Учеб. для вузов. – М.: Недра, 1986. – 407 с.
- Бин Б.Р., Даттон Е.Д. Радиометеорология. – Л.: Гидрометиздат, 1971. – 362 с.
- Бовшин Н. А., Зубинский В.И., Остач О.М. Совместное уравнивание общегосударственных опорных геодезических сетей // Геодезия и картография. – 1995. – № 8. – С. 6–17.
- Бойков В.В., Галазин В.Ф., Кораблев Е.Б. Применение геодезических спутников для решения фундаментальных и прикладных задач // Геодезия и картография. – 1993. – № 11. – С. 8–12.
- Бойков В.В., Галазин В.Ф., Каплан Б.Л. и др. Опыт создания геоцентрической системы координат ПЗ–90 // Геодезия и картография. – 1993. – № 11. – С. 17–21.
- Генике А.А., Побединский Г.Г. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. – М.: Картогеоцентр–Геодезиздат, 1999. – 272 с.
- Герасимов А.П., Ефимов Г.Н., Настретдинов К.К. Совместное уравнивание астрономо-геодезической и космических сетей // Геодезия и картография. – 1993. – № 11. – С. 23–24.
- Герасимов А. П., Ефимов Г. Р. Система координат СК–95 // Информационный бюллетень ГИС-Ассоциации. – 1999. – № 3(20). – С. 63–64.

Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Под ред. В.Н. Харисова, А.И.Перова, В.А.Болдина. – М.: ИПРЖР, 1998. – 400 с.

Готов В.Д., Мудрак А.П. Служба мониторинга GPS и ГЛОНАСС на базе Информационно-аналитического центра КВО ЦУП-М: опыт и перспективы // Информационный бюллетень ГИС-Ассоциации. – 2000. – № 2(24). – С. 60–63.

Глумов В.П. Основы морской геодезии: Учеб. пособие для вузов. – М.: Недра, 1983. – 184 с.

Глумов В.П. Англо-русский словарь сокращений терминов радионавигации и морской геодезии. – М.: НПП «Геокосмос», 1994. – 56 с.

ГОСТ Р 51794–2001. Аппаратура радионавигационная глобальной навигационной спутниковой системы и глобальной системы позиционирования. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. – М.: Госстандарт России. – 2001.

Грошев В.В., Аршава О.Б. Новости фирм на рынке электронного геодезического оборудования // Информационный бюллетень ГИС-Ассоциации. – 2000. – № 2(24). – С. 57.

Долуханов М.П. Распространение радиоволн. – М.: Связь, 1965. – 400 с.

Контарук Е.М. Спутниковые ГЛОНАСС/GPS-приемники и перспективы их использования в России // Информационный бюллетень ГИС-Ассоциации. – 2000. – № 3(25). – С. 53–55.

Липкин И.А. Спутниковые навигационные системы. – М.: Вузовск. книга, 2001. – 288 с.

Мельников С. Р. Новая технология цифровой топографической съемки // Информационный бюллетень ГИС-Ассоциации. – 1999. – № 1(18). – С. 61, 70.

Непоклонов В.Б., Чугунов И.П., Яковенко П.Э., Орлов В.В. Новые возможности развития сети нормальных высот на территории России // Геодезия и картография. – 1996. – № 7. – С. 20–22.

Нормативно-правовая база, программно-аппаратное обеспечение, пространственные данные и услуги на рынке геоинформатики в России: Ежегод. обзор. – Вып. 4 (1998) (приложение к Информационному бюллетеню ГИС-Ассоциации). – М.: ГИС-Ассоциация, 1998. – 312 с.

Параметры Земли 1990 года (ПЗ–90). – М.: Координац. науч.-информ. центр, 1998. – 36 с.

Пеллинен Л.П. Высшая геодезия: Учеб. пособие для вузов. – М.: Недра, 1978. – 264 с.

Постоновов К.Л. Технологические схемы спутниковых наблюдений // Геодезия и картография. – 1994. – № 10. – С. 7–8.

Программно-аппаратное обеспечение, фонд цифрового материала, услуги и нормативно-правовая база геоинформатики: Ежегод. обзор. – Т. 1. – Вып. 3 (1996–1997) (приложение к Информационному бюллетеню ГИС-Ассоциации). – М.: ГИС-Ассоциация, 1998. – 206 с.

Сакун Ю. Найди себя // Компьютерра. – 1999. – № 29–30 (307–308). – С. 36–37.

Салищев В.А. Космическая радионавигация: Учеб. пособие по специальности МосГУК «Космическая геодезия и навигация». – 1995. – 148 с.

Серапинас Б.Б. Трансформирование плоских прямоугольных координат гармоническими полиномами // Геодезия и картография. – 1999. – № 12. – С. 6–9.

Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации. – М.: Эко-Трендз, 2000. – 268 с.

Спутниковое навигационно-геодезическое обеспечение геофизических исследований // Геофизическая аппаратура. – 1994. – № 99. – С. 3–60.

Филиппов М.В., Янкуш А.Ю. Сравнение GPS и традиционных методов геодезических работ // Геодезия и картография. – 1995. – № 9. – С. 15–19.

Шленхардт Ф. GPS в теории и практике. // Информ-бюллетень ГЕО. – 1999 (04). – С. 2–5.

Cacon S., Bosy J., Kontry B. The GPS levelling network in the conurbation of Wroclaw // Artificial Satellites. – 1999. – Vol. 34. – N 3. – P. 163–170.

Cannon M.E. The use of GPS for GIS Georeferencing: Status and Applications // Can. Conf. GIS, Ottawa, 6–10 June, 1994: Proc. – Ottawa, 1994. – Vol. 1. – P. 654–664.

Featherstone W.E. A comparison of existing coordinate transformation models and parameters in Australia // Cartography (Austral.). – 1997. – Vol. 26. – N 1, June. – P. 13–25.

Husti G.J., Sluiter P.G. Airborne Kinematic GPS with OTF Ambiguity Resolution // The Hydrographic Journal. – 1999, October, N 94. – P. 17–23.

King R.W., Masters E.G. et al. Surveying with Global Positioning System GPS // Dummler Verlag. Bonn. – 1987. – 128 p.

Kolosovskis R. Atskiru parametru itaka apdorojant GPS matavimu rezultatus programiniu paketu GPPS // Geodezija ir kartografija. – 1995. – N 1(12). – P. 36–42.

Leick A. GPS satellite surveying. Second edition. John Wiley & Sons, Inc., USA. – 1995. – 550 p.

Shank Ch., Lavrakas J.W. Inside GPS: The Master Control Station // GPS World. – 1994. – September. – P. 46–48.

Tsakiri M., Stewart M. A future vehicle positioning system for data capture in the urban canyon // Cartography. – 1998. – Vol. 27. – № 1, June. – P. 17–25.

Серапинас Б.Б.
Глобальные системы позиционирования

Корректор **О.А. Макарова**
Компьютерная верстка **М.С. Романчикова**

Издательство – ИКФ «Каталог»
Лиц. ЛР № 071034 от 18 мая 1999 г.
ISBN 5-94349-032-9

Подписано в печать 15.02.2002 г.
Тираж 1000 экз.

Отпечатано в ООО «Технология ЦД»
Адрес: 117606, Москва, пр-т Вернадского, 84

Опечатки

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
16	10–12 снизу	Формулы для вычисления координат X, Y, Z	Эти формулы должны располагаться ниже в п.9 после слов "по формулам:"
16	3–5 снизу	$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arcsin[(Z + P) / Q] \\ \arcsin(Y / D) \\ Q - N \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} B \\ L \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arcsin[(Z + P) / Q] \\ \arcsin(Y / D) \\ Q - N \end{pmatrix}$
71	1 снизу, формула	X_{AB}	X_{AB}
73	25 сверху, формула	$R_B = R_A + D$	$R_B = R_A + D$
83	4 сверху, формула	Греческая буква μ	Латинская буква m
85	12 снизу, формула	$-\omega_y \sin L$	$+\omega_y \sin L$